

2 Política Monetária em um Arcabouço de DSGE com Efeito Riqueza

2.1 Introdução

Ao longo das últimas décadas, economias ao redor do mundo têm mantido a inflação sob controle, bem como garantido crescimento nos níveis de produto. No entanto, aumento na instabilidade financeira tornou-se motivo de preocupação para os bancos centrais e contribuíram para estimular estudos acerca da relação entre política monetária e a dinâmica dos preços de ativos. Esse assunto vem sendo fortemente analisado a partir de diferentes abordagens, teóricas e empíricas, por muitos pesquisadores desde o início da década passada, dentre eles Cecchetti et al. (2002) e Bernanke e Gertler (2001), sendo que a crise financeira de 2008 contribuiu para manter vivo, e até fortalecer, o debate acerca da importância de bancos centrais responderem diretamente à instabilidade no mercado financeiro¹.

Recentemente, esse tema foi analisado por diferentes frentes. Um dos canais usados para explicar essa relação trata do modelo de acelerador financeiro (Bernanke et al. (1999)), no qual choques em preços de ações propagam-se para a atividade real ao afetar as condições financeiras das firmas e, conseqüentemente, desencadeiam um mecanismo de aceleração dessa propagação². Outro canal é o chamado efeito riqueza: alterações nos preços das ações afetam a atividade real por meio de efeitos sobre o consumo privado dos agentes. Para capturar esse efeito pelo lado da demanda, Blanchard (1985) e Yaari (1965) propuseram um modelo de gerações sobrepostas com consumidores vivendo finitamente, de forma

¹ Bernanke e Gertler (2001) concluem que uma opção de metas de inflação flexíveis torna-se suficiente para alcançar estabilidade financeira e de preços, e que reagir a variações nos preços de ações gera um resultado perverso em termos de dinâmica de crescimento. Por outro lado, Cecchetti et al. (2002) recomendam que bancos centrais reajam a oscilações nos preços de ativos sempre que identificarem a existência de bolhas na dinâmica do mercado financeiro.

² Ver, por exemplo, Christensen e Dib (2008).

a tornar-se um modelo de juventude perpétua, o qual se tornou frequentemente utilizado na literatura de modelos dinâmicos estocásticos de equilíbrio geral (DSGE). Araújo (2008) e Castelnuovo e Nistico (2010), por exemplo, lidam com a questão de efeito riqueza em seus modelos a partir dessa técnica.

Por outro lado, uma análise apropriada dessa relação entre política monetária e dinâmica dos preços de ativos exige modelos que permitam capturar de forma adequada os princípios básicos de precificação de ativos, sendo que a literatura frequentemente utiliza modelos padrões que não conseguem capturar as altas médias históricas de retorno e volatilidade do mercado de ações. Por esse motivo, o presente trabalho busca analisar a questão da relação entre política monetária e mercado financeiro em um modelo DSGE com efeito riqueza e com recursos da literatura de apreçamento de ativos que permitem analisar essa interação entre política monetária e apreçamento de ativos de forma mais adequada.

Existem três principais modelos baseados em consumo na literatura que buscam explicar as altas médias e volatilidades dos retornos dos ativos: o modelo de formação de hábito (Campbell e Cochrane (1995)), o modelo de utilidade recursiva (Epstein e Zin (1990)) e o modelo de *Prospect Theory* (Barberis et al. (2001)).

Prospect Theory, desenvolvida por Kahneman e Tversky (1979) nos anos 1970 e introduzida na literatura de finanças por Bernatzi e Thaler (1995) e na de modelos de equilíbrio geral por Barberis et al. (2001), considera a existência de um efeito psicológico por trás das decisões de investimento dos agentes. Nesse sentido, a inclusão de uma variável que represente flutuações de riqueza financeira na utilidade do agente reflete essa ideia: o investidor aufere utilidade direta não apenas do consumo, mas também de ganhos com investimento. Ou seja, a função objetivo que o agente maximiza inclui um termo extra que reflete um interesse direto com aumentos de riqueza advindos de ganhos de investimento, abordagem que contrasta com a tradicional que considera que a única preocupação do agente ao escolher seu portfólio de ativos é tão somente seu aumento de utilidade em função do futuro consumo (Barberis et al. (2001)). A teoria também postula a ideia de que os agentes são avessos ao risco em relação a variações em sua riqueza financeira, sendo que o grau de aversão depende de sua *performance* de investimento anterior.

Estudos empíricos foram realizados no intuito de explorar a relevância da *Prospect Theory* com dados macroeconômicos, os quais sugerem conciliação entre essas duas matérias (Rosenblatt-Wisch (2006), Grüne e Semmler (2008), Zhang e Semmler (2009)). De acordo com os resultados de Zhang e Semmler (2009), *Prospect Theory* consegue explicar o *equity premium puzzle* melhor do que outros modelos, tais como o de formação de hábito e de custos de ajustamento analisado por Boldrin et al. (2000) e Jermann (1998), por exemplo.

Portanto, nosso trabalho busca introduzir um fator semelhante à *Prospect Theory* (PT) no modelo macroeconômico: a intenção é incluir uma nova variável na utilidade dos agentes, baseada em PT, de forma a aperfeiçoar a estrutura do modelo para capturar de forma mais adequada essa relação entre o comportamento da política monetária e a dinâmica dos preços de ações.

No entanto, diferentemente do postulado na *Prospect Theory*, nesse trabalho o termo relativo à PT não incluirá o *kink* na origem³, hipótese relevante para capturar o efeito de aversão ao risco por permitir que a função seja mais inclinada na região das perdas, mas manteremos a hipótese de que flutuações nos preços das ações interferem na utilidade dos agentes, o que atua como outro canal entre preços das ações e o ambiente macroeconômico.

O modelo é resolvido usando uma aproximação de segunda ordem das condições de equilíbrio, sendo que o comportamento das principais variáveis é analisado a partir de choques exógenos que atingem os ambientes econômico e financeiro. As respostas de inflação, produto, taxa de juros nominal e preços de ações a choques exógenos (produtividade, política monetária e prêmio de risco) mostram a existência de interdependência entre flutuações nos preços das ações e a dinâmica da política monetária neste modelo. Os resultados sugerem que, quando *policymakers* olham para inflação, produto e também para os preços das ações (mais fortemente) quando definem a taxa de juros, os efeitos de um choque monetário sobre produto e inflação são suavizados. Quando o choque ocorre no preço das ações, a suavização na dinâmica da inflação e produto *pode ser* atingida desde que o coeficiente associado às flutuações no preço das ações na Regra de Taylor não seja demasiadamente alto.

³ Barberis et al. (2001) e Bernatzi e Thaler (1995) utilizam esse método para capturar a ideia de que agentes são mais sensíveis a reduções em sua riqueza financeira do que a aumentos. Não incluímos esse *kink* em nosso modelo devido a dificuldades técnicas para lidar com um modelo DSGE com funções em que a origem não seja diferenciável.

Por outro lado, choques de produtividade ou choques que aumentam a relevância da *Prospect Theory* sobre a utilidade dos agentes implicam maiores desalinhamentos no produto e na inflação quando as variações nos preços das ações são diretamente combatidos pelos *policymakers*.

Por fim, exercícios de respostas a impulsos sugerem que um choque exógeno no prêmio de risco afeta as variáveis macroeconômicas e a dinâmica da política monetária, sendo que quando a *Prospect Theory* é considerada na estrutura do modelo o *policymaker* precisa alterar o nível da taxa de juros em uma magnitude maior que aquela que seria necessária para estabilizar a economia quando o modelo não inclui essa abordagem.

O restante deste trabalho está estruturado em três seções adicionais. A Seção 2.2 apresenta a versão do modelo de Blanchard-Yaari com *Prospect Theory* e rigidez nominal e a metodologia de calibragem usada para definir os valores dos parâmetros do modelo. A Seção 2.3 mostra a dinâmica do modelo por meio de exercícios de respostas a impulsos. A Seção 2.4 conclui.

2.2 O Modelo

2.2.1 O Modelo: Demanda

O lado da demanda segue o modelo básico de Nistico (2012), que se caracteriza por ser uma versão estendida do modelo de juventude perpétua de Blanchard (1985) e Yaari (1965) de forma a incluir ativos de risco⁴. Nesse estudo, o modelo é aumentado para permitir que ganhos de investimento, além do consumo e lazer, possam interferir na utilidade dos consumidores. A ideia baseia-se na teoria de *Prospect Theory*, uma teoria econômica comportamental que descreve a forma como os agentes escolhem entre alternativas que envolvem riscos, sendo incorporada na função de utilidade do modelo da forma como proposto por Barberis et al. (2001).

⁴ Outros estudos que trabalham com versões de modelos estocásticos de juventude perpétua são Piergallini (2004), Castelnovo e Nistico (2010), Funke et al. (2011), dentre outros.

2.2.1.1 **Prospect Theory**

A ideia de que pessoas se preocupam com alterações em sua riqueza financeira e que elas são avessas a perdas é a principal característica da *Prospect Theory*. Desenvolvida por Kahneman e Tversky (1979) na década de 1970, essa teoria pode ser descrita como um modelo de tomada de decisão sob incertezas. Ela busca explicar algumas das inconsistências encontradas em modelos tradicionais de utilidade dos agentes em um arcabouço de escolhas sob risco.

Utilizando Kahneman e Tversky (1979) como referência, Barberis et al. (2001) incluem um termo na utilidade dos agente que reflete sua preocupação direta com flutuações em sua riqueza financeira. Dessa forma, o agente preocupa-se não apenas com o consumo futuro que a riqueza lhe proporcionará, como descreve a abordagem tradicional, mas também com a riqueza financeira *per se*, o que pode ser interpretado como um efeito psicológico: após uma grande perda no mercado de ações, investidores tendem a se arrepender de suas decisões de investimento, por exemplo.

Adicionalmente à importância que os agentes dão ao consumo, decisões de investimento bem sucedidas proporcionam aos agentes uma espécie de ‘poder’ advindo de algo como uma vitória no jogo de decisões envolvendo risco, sensação inexistente quando os investimentos restringem-se a ativos sem risco. Por outro lado, uma sensação de arrependimento surge sempre que ocorrem as perdas, o qual se associa ao sentimento de derrota no ‘jogo’ do mercado financeiro. Nessa linha, a teoria preconiza que os agentes são avessos ao risco no que tange a ganhos e amantes do risco nos casos de perdas.

Portanto, semelhante a Barberis et al. (2001), consideramos que os agentes derivam utilidade não apenas de consumo e lazer, mas também de ganhos com investimento. Podemos interpretar essa inclusão como uma “*Prospect Theory* suavizada” porque, diferentemente da teoria original, aqui nós trabalhamos com uma função de aversão ao risco sem concavidade-convexidade da função valor devido a dificuldades técnicas de derivar um modelo DSGE com o *kink* na origem⁵. Portanto, assumimos preferência Cobb-Douglas para capturar as

⁵ Os modelos de Prospect Theory trabalham com funções que permitem o *kink* na origem como forma de ilustrar que agentes são muito mais sensíveis a reduções em sua riqueza financeira do que a elevações. Autores como Barberis et al. (2001) e Bernatzi e Thaler (1995), por exemplo,

flutuações na riqueza financeira, $V_t(X_{t+1})$, onde X_{t+1} representa a perda/ganho do consumidor em seu investimento financeiro.

2.2.1.2 Consumidores

Os consumidores são divididos em coortes e, em cada período, um coorte de consumidores de tamanho constante é incluído no mercado. Por outro lado, todos se deparam com uma probabilidade γ de serem substituídos no mercado por outro consumidor antes do início do período seguinte. Como em Nistico (2012), definimos o tamanho do coorte em γ como forma de abstrair o crescimento da população.

Os consumidores possuem preferências Cobb-Douglas sobre consumo, lazer e ganhos advindos de preços de ativos, sendo que esses ganhos advindos do mercado de ações afetam a utilidade do agente de forma similar àquela encontrada em Barberis et al. (2001).

O modelo apresenta a seguinte linha: os consumidores que nascem no período j procuram maximizar sua utilidade esperada de sua vida, descontada pelo fator intertemporal $\beta \in (0,1)$ e pela probabilidade de sobrevivência ao longo de períodos subsequentes $(1 - \gamma)$. Eles demandam bens de consumo e dois tipos de ativos financeiros: títulos do governo e ações de empresas emitidas por firmas monopolísticas, para as quais ofertam trabalho.

Considera-se a existência de i firmas no mercado, uniformemente distribuídas entre $[0,1]$. Para cada firma i define-se $X_{j,t+1}(i)$ como sendo a perda ou ganho do consumidor em seu investimento financeiro na firma i entre os períodos t e $t + 1$ em comparação ao que ele teria obtido se tivesse escolhido o investimento livre de risco. Dessa forma, $\int_0^1 V_{j,t}(X_{j,t+1}(i)) di = V_{j,t}(X_{j,t+1})$, onde $X_{j,t+1}$ pode ser caracterizado como um fundo de ativos representativo.

consideram um modelo linear, sem derivada na origem, com derivada mais elevada quando se aproxima do zero pela esquerda do que pela direita. Diferentemente, Kahneman e Tversky (1979, 1992) trabalham com uma função côncava para ganhos e convexa para perdas, sem derivada na origem. Entretanto, neste presente estudo, a inclusão de uma função que capturasse o comportamento de aversão ao risco em momentos de ganhos e ‘amante do risco’ em períodos de perdas prejudicaria a agregação das variáveis de coortes no modelo, vez que as variáveis de interesse não mais seriam lineares e aditivas nas condições de equilíbrio do modelo maximizado. Esse assunto será abordado adiante, na Subseção 2.2.1.3.

O consumidor representativo que surge no período t busca maximizar a seguinte função de utilidade:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \{\beta^t (1 - \gamma)^t [U_{j,t} + b_t V_{j,t}(X_{j,t+1})]\} \quad (2.1)$$

em que

$$U_{j,t} = \ln(C_{j,t}) + \ln(1 - N_{j,t}).$$

Presume-se que $V_{j,t}(X_{j,t+1})$ seja uma função logarítmica, que permite mantermos a hipótese de que investidores são avessos ao risco sem, no entanto, mantermos a hipótese do *kink* na origem. Portanto, $V_{j,t}(X_{j,t+1})$ é definido como

$$V_{j,t}(X_{j,t+1}) = \ln(X_{j,t+1})$$

e

$$X_{j,t+1} = \left(\frac{R_{t+1}}{R_t^f} \right) S_t H_{j,t}.$$

O termo $S_t(i)H_{j,t}(i)$ representa o valor real da ação da firma i que o consumidor detém (preço x quantidade), e $\int_0^1 S_t(i)H_{j,t}(i)di = S_t H_{j,t}$ representa seu investimento no mercado de ações no período t . Os agentes observam o índice agregado quando decidem seus portfólios de investimento.

Os títulos do governo pagam ao investidor a taxa de juros nominal, R_t^f , entre t e $t + 1$, enquanto o investimento em ações paga R_{t+1} pelo índice agregado de ações no mesmo período.

Há, ainda, choques exógenos b_t que podem afetar a utilidade marginal dos ganhos com ativos financeiros. Define-se

$$b_t = (b_0 \bar{C}_t^{-1})^{1-\rho_b} b_{t-1}^{\rho_b} \exp(eb_t),$$

$eb_t \sim i.i.d.(0, \sigma_{eb})$ ⁶, similar a Barberis et al. (2001), onde \bar{C}_t representa o consumo per capita agregado no período t e, portanto, exógeno ao investidor. A diferença reside na questão de que, neste modelo, permitem-se choques exógenos em b_t .

O parâmetro b_0 é uma constante não-negativa usada para controlar a importância relativa entre o aumento da utilidade advinda dos ganhos com investimentos em comparação àquela que gera utilidade aos agentes devido ao consumo e ao lazer. Quanto maior o valor de b_0 , maior a fração da riqueza que o

⁶ Outra forma de inserir um choque exógeno ($b_t = \left(\frac{b_0}{\bar{C}_t} \right) + \rho_b b_{t-1} \exp(eb_t)$) foi testada, sendo que a intuição e a trajetória dos resultados de respostas a impulsos apresentaram-se similares.

consumidor vai investir em ações, no intuito de trocar consumo hoje por maior consumo em $t + 1$. Além disso, quanto mais utilidade o consumidor obtiver dos ganhos no mercado de ações, maior a fração de riqueza que será alocada em ativos de risco (ações) em detrimento de ativos sem risco (títulos do governo).

Durante o período t , o consumidor demanda bens de consumo, títulos do governo e ações emitidas pelas firmas. Por outro lado, ofertam trabalho às firmas e em troca recebem um salário nominal $W_t N_{j,t}$. Ademais, recebem dividendos das firmas $P_t \Omega_t H_{j,t}$ ⁷.

No início de cada período, os consumidores contam com seu salário nominal $W_t N_{j,t}$ e com sua riqueza financeira nominal $\omega_{j,t}$, definida como

$$\omega_{j,t} = \frac{1}{1-\gamma} [R_{t-1}^f B_{j,t-1} + P_t (S_t + \Omega_t) H_{j,t-1}]. \quad (2.2)$$

A riqueza financeira de um indivíduo nascido em t inclui suas ações e títulos do governo escolhidos por ele no período anterior acrescido de um contrato de seguro que redistribui a riqueza financeira daqueles consumidores que saíram do mercado para aqueles que permanecem. O seguro é proporcional à sua riqueza financeira corrente (Blanchard (1985)), motivo pelo qual a riqueza financeira do indivíduo conta com o fator $\frac{1}{1-\gamma}$, $\gamma \in [0,1]$.

Portanto, a restrição orçamentária do indivíduo pode ser escrita da seguinte forma:

$$P_t C_{j,t} + B_{j,t} + P_t S_t H_{j,t} \leq W_t N_{j,t} + \omega_{j,t}. \quad (2.3)$$

Considerando $\lambda_{j,t}$ como o multiplicador de Lagrange, as condições de primeira ordem em relação a consumo, lazer, ativos financeiros e restrição orçamentária *binding* são as seguintes:

$$P_t C_{j,t} = W_t (1 - N_{j,t}) \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{R_t^f} = \beta E_t \left(\frac{\lambda_{j,t+1}}{\lambda_{j,t}} \right) \quad (2.5)$$

$$P_t S_t H_{j,t} = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{j,t+1}}{\lambda_{j,t}} P_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1}) \right] H_{j,t} + b_t P_t C_{j,t} \quad (2.6)$$

$$P_t C_{j,t} + B_{j,t} + P_t S_t H_{j,t} = W_t N_{j,t} + \omega_{j,t} \quad (2.7)$$

⁷ O termo $P_t \Omega_t H_{j,t}$ representa o valor dos dividendos do consumidor em função de seu portfólio do mercado de ações. Supomos que $\Omega_t(i) H_{j,t}(i)$ representa o valor real dos dividendos que o consumidor recebe da firma i . O valor agregado que o consumidor recebe, considerando todas as firmas das quais ele possui ações, é $\int_0^1 \Omega_t(i) H_{j,t}(i) di = \Omega_t H_{j,t}$.

A partir da equação (2.5), e utilizando as condições de primeira ordem com respeito ao consumo, definimos o fator estocástico de desconto de equilíbrio como

$$Q_{t,t+1} = \beta \left(\frac{\lambda_{j,t+1}}{\lambda_{j,t}} \right) = \beta \left(\frac{P_t C_{j,t}}{P_{t+1} C_{j,t+1}} \right). \quad (2.8)$$

Para k -períodos à frente, o fator estocástico de desconto de equilíbrio torna-se

$$Q_{t,t+k} = \beta^k \left(\frac{\lambda_{j,t+k}}{\lambda_{j,t}} \right) = \beta^k \left(\frac{P_t C_{j,t}}{P_{t+k} C_{j,t+k}} \right). \quad (2.9)$$

A equação (2.5) representa a equação de Euler, podendo ser escrita como

$$1 = R_t^f \beta E_t \left(\frac{P_t C_{j,t}}{P_{t+1} C_{j,t+1}} \right). \quad (2.10)$$

Combinando as equações (2.6) e (2.8), alcançamos a condição intertemporal para o ativo financeiro de risco:

$$P_t S_t = E_t [Q_{t,t+1} P_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1})] + \frac{b_t P_t C_{j,t}}{H_{j,t}} \quad (2.11)$$

O último termo aparece devido às preferências do consumidor em relação à riqueza financeira, que interfere na condição intertemporal do ativo de risco: quanto maior a preferência do agente em relação à riqueza financeira, maior o *spread* entre o preço nominal de uma ação e seu *payoff* esperado, descontado pelo fator estocástico.

Nistico (2012) define a riqueza humana para o coorte j , $h_{j,t}$, como o fluxo esperado dos futuros rendimentos do trabalho, descontado pelo fator de desconto estocástico e condicional à sua sobrevivência entre períodos⁸:

$$h_{j,t} = E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} Q_{t,t+k} (1 - \gamma)^k (W_{t+k} N_{j,t+k}) \right] \quad (2.12)$$

Inserindo a equação (2.11) na restrição orçamentária (equação 2.7)), temos:

$$P_t C_{j,t} + b_t P_t C_{j,t} + B_{j,t} + E_t \{ Q_{t,t+1} P_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1}) \} H_{j,t} = W_t N_{j,t} + \omega_{j,t}.$$

Utilizando a riqueza financeira (equação (2.2)) um passo à frente, multiplicando-a por $Q_{t,t+1}$ e tirando as expectativas condicionais, obtemos:

$$\omega_{j,t+1} = \frac{1}{1-\gamma} (R_t^f B_{j,t} + P_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1}) H_{j,t})$$

$$E_t \{ Q_{t,t+1} (1 - \gamma) \omega_{j,t+1} \} = B_{j,t} + E_t \{ Q_{t,t+1} P_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1}) H_{j,t} \}.$$

Substituindo a equação acima na restrição orçamentária, obtemos:

$$P_t C_{j,t} + b_t P_t C_{j,t} + E_t \{ Q_{t,t+1} (1 - \gamma) \omega_{j,t+1} \} = W_t N_{j,t} + \omega_{j,t}.$$

⁸ Araújo (2008) utiliza a mesma definição.

A expressão acima pode ser escrita para $t + 1, t + 2, \dots, t + k$, cada uma delas multiplicada por $Q_{t,t+k}(1 - \gamma)^k$ para $k = 1, 2, \dots, k$. Somando-as e tirando a expectativa condicional de cada uma delas, temos

$$\begin{aligned} & E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} Q_{t,t+k} (1 - \gamma)^k P_{t+k} C_{j,t+k} [1 + b_{t+k}] \right\} = \\ & = E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} Q_{t,t+k} (1 - \gamma)^k [W_{t+k} N_{j,t+k}] \right\} + \\ & + E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} Q_{t,t+k} (1 - \gamma)^k \omega_{j,t+k} - \sum_{k=0}^{\infty} Q_{t,t+k+1} (1 - \gamma)^{k+1} \omega_{j,t+k+1} \right\}. \end{aligned}$$

Por *No-Ponzi condition*, temos que $\lim_{k \rightarrow \infty} E_t \{ Q_{t,t+k} (1 - \gamma)^k \omega_{j,t+k} \} = 0$.

Portanto, usando as equações (2.9) e (2.12), simplificando a equação e usando a condição de transversalidade, obtemos

$$\begin{aligned} P_t C_{j,t} E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k (1 - \gamma)^k [1 + b_{t+k}] \right\} &= h_{j,t} + \omega_{j,t} \\ P_t C_{j,t} &= \frac{h_{j,t} + \omega_{j,t}}{E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k (1 - \gamma)^k [1 + b_{t+k}] \right\}}. \end{aligned}$$

Essa equação mostra o consumo como função das riquezas financeira e humana, e difere de Nistico (2012), Araújo (2008) ou Piergallini (2004) devido ao termo b_{t+k} , que surge porque os agentes se preocupam com os resultados de seus investimentos: o consumo presente diminui quando há na utilidade do agente o termo referente a ganhos com investimento, pois prefere consumir menos hoje e investir mais em ativos de risco para buscar consumo maior no futuro.

2.2.1.3 Agregação

Todas as variáveis de interesse são lineares e aditivas nas condições de equilíbrio. Portanto, torna-se possível agregar todas as variáveis específicas por coorte usando uma média ponderada pelo tamanho dos coortes:

$$X_t = \sum_{j=-\infty}^t \gamma (1 - \gamma)^{t-j} X_{j,t} \quad (2.13)$$

Essa agregação por meio de coortes permite encontrar as condições de equilíbrio agregadas:

$$P_t C_t = W_t (1 - N_t) \quad (2.14)$$

$$S_t H_t = E_t \left[Q_{t,t+1} \frac{P_{t+1}}{P_t} (S_{t+1} + \Omega_{t+1}) \right] H_t + b_t C_t \quad (2.15)$$

$$P_t C_t + B_t + P_t S_t H_t = W_t N_t + \omega_t \quad (2.16)$$

$$P_t C_t = \frac{(h_t + \omega_t)}{\Gamma_t}, \quad (2.17)$$

em que $\Gamma_t = E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k (1 - \gamma)^k (1 + b_{t+k}) \right]$.

A restrição orçamentária agregada (equação (2.16)) pode ser escrita como uma equação de diferenças estocástica na riqueza agregada:

$$(1 + b_t)P_t C_t + E_t\{Q_{t,t+1}\omega_{t+1}\} = W_t N_t + \omega_t,$$

sendo a riqueza agregada definida como

$$\omega_t = R_{t-1}^f B_{t-1} + P_t(S_t + \Omega_t)H_{t-1}.$$

Considerando a riqueza financeira agregada um período à frente, multiplicando-a por $Q_{t,t+1}$ e tomando as expectativas condicionais, temos

$$E_t\{Q_{t,t+1}\omega_{t+1}\} = B_t + E_t\{Q_{t,t+1}P_{t+1}(S_{t+1} + \Omega_{t+1})H_t\}. \quad (2.18)$$

Usando a equação acima, podemos reescrever a restrição orçamentária agregada como

$$P_t C_t + b_t P_t C_t + E_t\{Q_{t,t+1}\omega_{t+1}\} = W_t N_t + \omega_t,$$

a qual, inserida na equação (2.17), torna-se

$$(1 + b_t)P_t C_t + E_t\{Q_{t,t+1}\omega_{t+1}\} = W_t N_t + P_t C_t \Gamma_t - h_t. \quad (2.19)$$

Da mesma forma, a equação que define a riqueza humana agregada pode ser escrita como

$$\begin{aligned} h_t &= W_t N_t + E_t\{E_{t+1}[\sum_{k=0}^{\infty} Q_{t,t+k+1}(1-\gamma)^{k+1}(W_{t+k+1}N_{t+k+1})]\} \\ h_t &= W_t N_t + E_t\{Q_{t,t+1}(1-\gamma)E_{t+1}[\sum_{k=0}^{\infty} Q_{t+1,t+k+1}(1-\gamma)^k(W_{t+k+1}N_{t+k+1})]\} \end{aligned}$$

$$h_t = W_t N_t + E_t[Q_{t,t+1}(1-\gamma)h_{t+1}] \quad (2.20)$$

Analisando a equação (2.17) um período à frente, multiplicando-a por $\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}(1-\gamma)$ e tirando a expectativa condicional, temos

$$E_t[\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}(1-\gamma)P_{t+1}C_{t+1}] = E_t[Q_{t,t+1}(1-\gamma)(h_{t+1} + \omega_{t+1})].$$

Rearrmando termos e usando a equação (2.20), obtemos

$$E_t[\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}(1-\gamma)P_{t+1}C_{t+1}] = h_t - W_t N_t + E_t[Q_{t,t+1}(1-\gamma)\omega_{t+1}].$$

A substituição da equação acima em (2.19) gera

$$\begin{aligned} (1 + b_t)P_t C_t + E_t\{Q_{t,t+1}\omega_{t+1}\} \\ = \Gamma_t P_t C_t - E_t[\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}(1-\gamma)P_{t+1}C_{t+1}] \\ + E_t[Q_{t,t+1}(1-\gamma)\omega_{t+1}] \end{aligned}$$

Considerando que $\Gamma_t = E_t[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k (1-\gamma)^k (1 + b_{t+k})]$, podemos escrever Γ_t como

$$\Gamma_t = 1 + b_t + E_t[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^{k+1} (1-\gamma)^{k+1} (1 + b_{t+k+1})]$$

$$\Gamma_t = 1 + b_t + \beta(1 - \gamma)E_t\{E_{t+1}[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k (1 - \gamma)^k (1 + b_{t+k+1})]\}$$

$$\Gamma_t = 1 + b_t + \beta(1 - \gamma)E_t(\Gamma_{t+1})$$

Portanto,

$$(1 + b_t - \Gamma_t)P_t C_t = -E_t[\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}(1 - \gamma)P_{t+1}C_{t+1}] - \gamma E_t[Q_{t,t+1}\omega_{t+1}]$$

$$\beta(1 - \gamma)E_t(\Gamma_{t+1})P_t C_t = (1 - \gamma)E_t[\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}P_{t+1}C_{t+1}] + \gamma E_t[Q_{t,t+1}\omega_{t+1}]$$

$$P_t C_t = \left(\frac{1}{\beta}\right) \frac{E_t[\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}P_{t+1}C_{t+1}]}{E_t(\Gamma_{t+1})} + \left(\frac{\gamma}{\beta(1-\gamma)}\right) \frac{E_t[Q_{t,t+1}\omega_{t+1}]}{E_t(\Gamma_{t+1})} \quad (2.21)$$

A equação (2.21) descreve a trajetória dinâmica do consumo agregado. O último termo aparece devido ao efeito riqueza. Como todas as gerações lidam com a mesma taxa de juros, a dinâmica do consumo a nível de corte é a mesma, sendo guiada pela equação (2.10). No entanto, gerações mais antigas são mais ricas e, por causa disso, possuem maiores níveis de consumo em comparação às gerações mais novas. Como os ingressantes estão continuamente substituindo membros das gerações mais antigas, a dinâmica do consumo agregado difere do consumo individual na medida em que esses ingressantes não possuem riqueza financeira (Araújo (2008)).

Como os novos agentes no mercado não tiveram oportunidade de acumular riqueza, com a qual poderiam suavizar sua trajetória de consumo, o nível médio esperado de consumo será menor, pois sempre há a substituição de membros de gerações antigas por novos indivíduos. De forma intuitiva, pode-se interpretar que os agentes de hoje antecipam aumentos nos preços de ações aumentando seu consumo individual, mas uma fração desses agentes será substituída por agentes que não são detentores de ativos financeiros, cujos padrões de consumo não são afetados porque os mesmos não faziam parte do mercado na época em que ocorreu o aumento dos preços das ações. Consequentemente, o consumo médio corrente é mais afetado do que o consumo médio esperado futuro. Essa situação introduz um afastamento entre o fator estocástico de desconto e a taxa média de substituição intertemporal marginal do consumo e torna a dinâmica do preço de ações relevante para o consumo agregado.

A inclusão da *Prospect Theory* no modelo distorce o fator estocástico de desconto, que pode ser escrito como $\tilde{Q}_{t,t+1} = \frac{\Gamma_{t+1}Q_{t,t+1}}{E_t(\Gamma_{t+1})}$. Essa distorção diminui à

medida que as preferências do indivíduo com relação à riqueza financeira tendem a zero (b_0 zero), pois, quando $b_0 = 0$, $E_t(\Gamma_{t+1}) = \frac{1}{1-\beta(1-\gamma)}$, como em Araújo (2008).

2.2.2 Firmas

Como explanado anteriormente, existem i firmas na economia, que operam em um mercado monopolístico competitivo e produzem um *continuum* de bens diferenciados. A rigidez nominal *à la Calvo* (Calvo (1983)) é introduzida na economia.

No modelo, a firma i produz o bem i conforme a função de produção

$$Y_t(i) = A_t N_t^{1-\alpha}(i) \quad (2.22)$$

onde A_t representa um choque de tecnologia agregado exógeno, $A_t = A_{t-1}^{\rho} \exp(ea_t)$, $ea_t \sim i.i.d. (0, \sigma_{ea})$, e $N_t(i) \equiv \sum_{j=-\infty}^t \gamma(1-\gamma)^{t-j} N_{j,t}(i)$ representa o insumo do trabalho agregado por coortes.

A curva de demanda para todas as firmas é

$$C_t(i) = C_t \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon}, \quad (2.23)$$

com $\epsilon > 1$ representando a elasticidade entre bens. O índice de preços P_t é dado

$$\text{como } P_t = \left[\int_0^1 P_t^{1-\epsilon}(i) di \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}.$$

2.2.2.1 Definição de Preço Ótimo

Cada firma possui uma probabilidade constante $(1 - \theta)$ de receber um sinal que a permite reotimizar seus preços. Portanto, cada firma, quando recebe permissão para escolher seu preço, define o preço $P_t^*(i)$ que maximiza sua expectativa de lucro presente descontado para t períodos:

$$\max_{P_t^*} E_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} [P_t^*(i) Y_{t,t+k}(i) - \Psi_{t,t+k}(Y_{t,t+k}(i))] \right\}$$

onde

$$\Psi_{t,t+k}(Y_{t,t+k}(i)) = W_{t+k} A_{t+k}^{-\frac{1}{1-\alpha}} Y_{t,t+k}^{\frac{1}{1-\alpha}}(i) \quad (2.24)$$

representa o custo nominal total da firma i e $Q_{t,t+k} = \beta^k E_t \left[\frac{P_t C_t}{P_{t+k} C_{t+k}} \right]$, como previamente definido na Seção 2.2.1.

Temos $Y_{t,t+k}(i) = \left(\frac{P_t^*(i)}{P_{t+k}} \right)^{-\epsilon} Y_{t+k}$, o que gera

$$\max_{P_t^*} E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} \left[P_t^*(i) Y_{t,t+k}(i) \left(\frac{P_t^*(i)}{P_{t+k}} \right)^{-\epsilon} - \Psi_{t,t+k}(Y_{t,t+k}(i)) \right] \right\} \quad (2.25)$$

A condição de primeira ordem para a solução implica que todas as firmas que revisam seus preços no período t escolherão o mesmo nível ótimo de preço P_t^* . Portanto, a solução de primeira demonstra que

$$E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^k Q_{t,t+k} \left[Y_{t+k} P_{t+k}^{\epsilon} P_t^{*(1-\epsilon)} + \epsilon P_{t+k} Y_{t+k} M C_{t+k} \left(\frac{1}{P_{t+k}} \right)^{[-\epsilon/(1-\alpha)]} P_t^{*[-\epsilon/(1-\alpha)-1]} \right] \right\} = 0 \quad (2.26)$$

em que $M C_{t+k} = \left(\frac{1}{1-\alpha} \right) \frac{1}{P_{t+k}} W_{t+k} A_{t+k}^{-\frac{1}{1-\alpha}} Y_{t+k}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ representa o custo marginal real.

Após alguns passos algébricos, temos⁹

$$P_t^{*\frac{1}{\theta}} = \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \left(\frac{E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \frac{Y_{t+k}}{P_{t+k} C_{t+k}} P_{t+k}^{[\epsilon+(\frac{1}{\theta})]} M C_{t+k} \right\}}{E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \frac{Y_{t+k}}{P_{t+k} C_{t+k}} P_{t+k}^{\epsilon} \right\}} \right) \quad (2.27)$$

onde $\frac{1}{\theta} = \frac{1-\alpha+\alpha\epsilon}{1-\alpha}$ e $\mathcal{M} = \frac{\epsilon}{\epsilon-1}$ é o markup.

Definindo $\Lambda_t = E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \frac{Y_{t+k}}{P_{t+k} C_{t+k}} P_{t+k}^{[\epsilon+(\frac{1}{\theta})]} M C_{t+k} \right\}$ e $\Xi_t = E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \frac{Y_{t+k}}{P_{t+k} C_{t+k}} P_{t+k}^{\epsilon} \right\}$, temos que Λ_t e Ξ_t podem ser escritos recursivamente como

$$\Lambda_t = \frac{Y_t}{P_t C_t} P_t^{[\epsilon+(\frac{1}{\theta})]} M C_t + \theta \beta E_t(\Lambda_{t+1})$$

$$\Xi_t = \frac{Y_t}{P_t C_t} P_t^{\epsilon} + \theta \beta E_t(\Xi_{t+1})$$

⁹ Detalhes dessa derivação estão disponíveis no Apêndice E.

Considere $\tilde{\Lambda}_t = \frac{\Lambda_t}{P_t^{[\epsilon + (\frac{1}{\theta})]}}$ e $\tilde{\Xi}_t = \frac{\Xi_t}{P_t^{\epsilon-1}}$. Após alguns passos algébricos, temos¹⁰

$$\Pi_t^{*\frac{1}{\theta}} = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \right) \Pi_t^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\tilde{\Lambda}_t}{\tilde{\Xi}_t} \right)$$

em que $\Pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ e $\Pi_t^* = \frac{P_t^*}{P_{t-1}}$.

2.2.2.2 Dinâmica dos Preços Agregados

Como explicado anteriormente, a cada período uma medida $(1 - \theta)$ de produtores reajustam seus preços, enquanto uma fração θ não modifica os seus. Como resultado, a duração média de um preço é dado por $(1/\theta - 1)$ e θ torna-se o índice natural para rigidez de preços.

Esse cenário implica que a dinâmica de preços agregada pode ser descrita pela equação¹¹

$$\Pi_t^{1-\epsilon} = \theta + (1 - \theta)\Pi_t^{*1-\epsilon}$$

2.2.3 Equilíbrio e *Steady State*

Seguindo Nistico (2005), a condição de equilíbrio para títulos do governo e ações é

$$B_t = \sum_{j=-\infty}^t \gamma(1 - \gamma)^{t-j} B_{j,t} = 0$$

$$H_t = \sum_{j=-\infty}^t \gamma(1 - \gamma)^{t-j} H_{j,t} = 1$$

A condição de equilíbrio no mercado de bens requer

$$Y_t(i) = C_t(i)$$

¹⁰ Detalhes disponíveis no Apêndice F.

¹¹ Detalhes dessa derivação podem ser encontradas em Gali (2008), cap. 3, apêndice 3.2.

para todo $i \in [0,1]$ e todo t . Considerando a produção agregada como $Y_t =$

$$\left[\int_0^1 Y_t^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}(i) di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}, \text{ segue que}$$

$$Y_t = C_t$$

Definem-se, também, os pagamentos de dividendos, o preço agregado das ações e o retorno agregado do mercado de ações simplesmente como a integração ao longo do *continuum* das firmas:

$$\Omega_t = \int_0^1 \Omega_t(i) di$$

$$S_t = \int_0^1 S_t(i) di$$

$$R_t = \int_0^1 R_t(i) di$$

Além disso, a condição de equilíbrio no mercado de trabalho requer que $N_t = \int_0^1 N_t(i) di$. Dessa forma, usando as equações (2.22), (2.23) e a condição de equilíbrio dos bens, temos que

$$N_t = \int_0^1 \left(\frac{Y_t(i)}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di = \left(\frac{Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\frac{\epsilon}{1-\alpha}} di \quad (2.28)$$

Após exercícios algébricos, tirando *logs* e considerando que¹²

$$(1 - \alpha) \log \left(\int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\frac{\epsilon}{1-\alpha}} di \right) \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon}{\theta} \right) \text{var}_i \{p_t(i)\}$$

temos

$$(1 - \alpha)n_t = y_t - a_t + \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon}{\theta} \right) \text{var}_i \{p_t(i)\},$$

em que letras minúsculas correspondem ao *log* da variável: $x_t = \log(X_t)$ ¹³.

Após alguns passos algébricos, as condições de equilíbrio geram¹⁴

¹² Ver Gali (2008), cap. 3 e Apêndice G para maiores detalhes.

¹³ O apêndice do capítulo 6 (Apêndice E) em Woodford (2003) demonstra o comportamento da medida de dispersão de preços $\text{var}_i \{p_t(i)\}$.

¹⁴ Da equação (2.18) e condições de equilíbrio temos

$$E_t \{Q_{t,t+1} \omega_{t+1}\} = E_t \{Q_{t,t+1} P_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1})\}$$

Usando a equação (2.15): $E_t \{Q_{t,t+1} \omega_{t+1}\} = P_t S_t - b_t P_t C_t$.

A Equação de Euler (equação (2.21)) gera, portanto, $P_t = \left(\frac{1}{\beta} \right) \frac{E_t(\Gamma_{t+1} Q_{t,t+1} P_{t+1} C_{t+1})}{E_t(\Gamma_{t+1})} + \left(\frac{\gamma}{\beta(1-\gamma)} \right) \frac{(P_t S_t - b_t P_t C_t)}{E_t(\Gamma_{t+1})}$ e, conseqüentemente, $\left[1 + \frac{\gamma}{\beta(1-\gamma)} \left(\frac{b_t}{E_t(\Gamma_{t+1})} \right) \right] C_t = \left(\frac{1}{\beta} \right) \frac{E_t(\Gamma_{t+1} Q_{t,t+1} P_{t+1} C_{t+1})}{E_t(\Gamma_{t+1})} + \left(\frac{\gamma}{\beta(1-\gamma)} \right) \frac{S_t}{E_t(\Gamma_{t+1})}$.

$$\begin{aligned}
Y_t &= C_t \\
P_t Y_t &= W_t N_t - P_t \Omega_t \\
P_t C_t &= W_t (1 - N_t) \\
\left[1 + \frac{\gamma}{\beta(1-\gamma)} \left(\frac{b_t}{E_t(\Gamma_{t+1})} \right) \right] C_t \\
&= \left(\frac{1}{\beta} \right) \frac{E_t[\Gamma_{t+1} Q_{t,t+1} \Pi_{t+1} C_{t+1}]}{E_t(\Gamma_{t+1})} + \left(\frac{\gamma}{\beta(1-\gamma)} \right) \frac{S_t}{E_t(\Gamma_{t+1})}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

$$S_t = E_t\{Q_{t,t+1} \Pi_{t+1} (S_{t+1} + \Omega_{t+1})\} + b_t C_t \tag{2.30}$$

A equação (2.29) define a dinâmica da trajetória do consumo agregado, na qual preços de ações e a inclusão de ganhos no mercado de ações na utilidade do agente representam papel importante. Como esperado, ela mostra que, quanto maior a utilidade que o agente alcança em virtude de ganhos no mercado de ações (b_t ou Γ_{t+1} altos), menor o valor do consumo presente C_t .

Como em Nistico (2005), a identidade $E(xy) = E(x)E(y) + cov(x, y)$ torna-se útil para reescrever a equação (2.30) como

$$\begin{aligned}
S_t &= E_t(Q_{t,t+1})E_t(\Pi_{t+1}(S_{t+1} + \Omega_{t+1})) + cov(Q_{t,t+1}, \Pi_{t+1}(S_{t+1} + \Omega_{t+1})) \\
&\quad + b_t C_t
\end{aligned}$$

onde $cov(\cdot)$ é a covariância entre o fator estocástico de desconto e a taxa bruta nominal dos retornos das ações.

Defina $cov(\cdot) = -S_t \chi_t$. Dessa forma, após alguns passos algébricos, temos

$$E_t \left[\Pi_{t+1} \left(\frac{S_{t+1} + \Omega_{t+1}}{S_t} \right) \right] - R_t^f = R_t^f \left(\chi_t - \frac{b_t C_t}{S_t} \right), \tag{2.31}$$

em que χ_t representa um prêmio de risco positivo, devido à covariância negativa entre o fator de desconto e a taxa de retorno das ações, e segue a trajetória $\chi_t = \bar{\chi} + e_{\chi t}$, sendo que $e_{\chi t}$ pode ser interpretado como uma flutuação do mercado de ações não baseada em fundamentos, ou simplesmente um choque exógeno no prêmio de risco. Esse choque, por hipótese, segue um processo autorregressivo:

$$e_{\chi t} = \rho_{e\chi} e_{\chi t-1} + u_t, \quad u_t \sim i. i. d. (0, \sigma_u).$$

2.2.4 Autoridade Monetária

Considerando que o instrumento de política monetária é a taxa de juros nominal, R_t^f , e que o banco central a define com base em desvios de inflação, Π_t , produto, Y_t , e preços de ações, S_t , em relação a seus valores de *steady state*, a regra de política monetária pode ser descrita como

$$\frac{R_t^f}{\bar{R}} = \left(\frac{R_{t-1}^f}{\bar{R}}\right)^{\phi_R} \left[\left(\frac{\Pi_t}{\bar{\Pi}}\right)^{\phi_\Pi} \left(\frac{Y_t}{\bar{Y}}\right)^{\phi_Y} \left(\frac{S_t}{\bar{S}}\right)^{\phi_S}\right]^{1-\phi_R} \exp(e_{R_t}) \quad (2.32)$$

em que \bar{R} , $\bar{\Pi}$, \bar{Y} e \bar{S} representam os valores de equilíbrio de R_t^f , Π_t , Y_t e S_t , respectivamente. Nesse modelo, permitimos que a trajetória da taxa de juros seja suavizada por seu valor passado. O choque de política monetária e_{R_t} segue distribuição normal com média zero e desvio padrão σ_R :

$$e_{R_t} = \rho_{er} e_{R_{t-1}} + uu_t, \quad uu_t \sim i. i. d. (0, \sigma_{uu}).$$

2.2.5 Calibragem

Muitos dos valores de parâmetros do modelo são padrões em calibrações de modelos DSGE que utilizam dados norte-americanos trimestrais. A taxa de desconto $\tilde{\beta}$, que é o novo fator de desconto subjetivo, é definido como

$$\tilde{\beta} = \frac{\beta}{\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right) \left(\frac{\bar{S} + \bar{\Omega}}{\bar{\Gamma}\bar{C}}\right)},$$

onde \bar{S} , $\bar{\Omega}$, $\bar{\Gamma}$ e \bar{C} são os valores de equilíbrio das variáveis S_t , Ω_t , Γ_t e C_t , respectivamente, e $\beta = 0,99^{15}$, implicando um equilíbrio anual da taxa de juros real de cerca de 4%.

A probabilidade de um indivíduo ser substituído no mercado por outro, de um coorte mais novo, é $\gamma = 0,1$, similar ao valor encontrado na estimação de Castelnovo e Nistico (2010) e representa que, em média, cerca de 10% dos

¹⁵ No longo prazo, o sistema converge para um equilíbrio de inflação zero, no qual a taxa de desconto do cenário agregado é diferente de β . As relações de equilíbrio das variáveis de interesse estão apresentadas no Apêndice H.

indivíduos são substituídos a cada período por novos agentes, que não possuem riqueza financeira naquele momento.

A fração de renda alocada para o trabalho $(1 - \alpha)$ é 0,64; o parâmetro ϵ , que mede a elasticidade de substituição entre bens é $\epsilon = 6$, o que implica um markup de equilíbrio de 20%, valor comumente encontrado na literatura. Ainda, a probabilidade de uma firma não ajustar seus preços é definido em $\theta = 0,74$, como em Castelnuovo e Nistico (2010).

Os parâmetros associados à política monetária são $\phi_{\Pi} = 1,8$ e $\phi_Y = 0,5/4$, enquanto aos outros é permitido que sejam livres de forma a capturar o melhor ajuste aos dados norte-americanos.

Por fim, aqueles parâmetros deixados livres, a serem encontrados por calibragem por meio do Método dos Momentos Simulados (SMM), são: b_0 , o valor de equilíbrio do prêmio de risco ($\bar{\chi}$), a persistência dos choques e seus desvios padrão $(\rho_a, \rho_{er}, \rho_{equi}, \rho_b, \sigma_a, \sigma_{er}, \sigma_{equi}, \sigma_b)$ e a resposta da política monetária a variações nos preços de ações, assim como sua persistência (ϕ_S e ϕ_R).

2.2.5.1 SMM

A calibragem pelo Método dos Momentos Simulados (SMM) atualiza os valores dos parâmetros de forma a reduzir a distância entre os momentos incondicionais de séries simuladas usando determinados valores de parâmetros e aqueles encontrados nas séries históricas. Os estimadores por SMM foram propostos primeiramente por McFadden (1989) e Pakes e Pollard (1989), para estimar problemas de escolha discreta, e por Lee e Ingram (1991) e Duffie e Singleton (1993), para estimar modelos de séries temporais.

O modelo pode ser assim descrito: defina m_t como um vetor $p \times 1$ de observações empíricas de variáveis cujos momentos são relevantes. Defina $m_i(\theta)$ como a contraparte de m_t cujos elementos são computados a partir da base de dados artificial, gerada a partir do modelo DSGE com valores de parâmetros θ ,

onde θ é um vetor $q \times 1$, $\theta \in \Theta$, e $\Theta \subset \mathfrak{R}^q$ é um conjunto compacto¹⁶. O conjunto da amostra é denotado por T e o número de observações na série temporal artificial é τT , $\tau \geq 1$. O estimador SMM, $\bar{\theta}_{smm}$, é definido como

$$\hat{\theta} = \underset{\theta \in \Theta}{\operatorname{argmin}} G(\theta)'WG(\theta),$$

onde $G(\theta) = \left(\left(\frac{1}{T} \right) \sum_{t=1}^T m_t - \left(\frac{1}{\tau T} \right) \sum_{t=1}^{\tau T} m_i(\theta) \right)$ é um vetor $p \times 1$ e W é uma matriz ponderada positiva-definida de dimensão $p \times p$ definida como

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \operatorname{Var} \left(\frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T m_t \right)^{-1}$$

e computada usando o método Newey-West com núcleo de Bartlett.

Intuitivamente, esse estimador permite encontrar o vetor θ que minimiza a distância entre os momentos advindos do modelo DSGE e aqueles encontrados com base nos dados observados.

2.2.5.2 Dados

Com o intuito de calibrar os parâmetros livres por SMM, utilizamos observações norte-americanas trimestrais de consumo, produto, preços de ações e taxa de juros nominal para o período entre o primeiro trimestre de 1985 e o quarto trimestre de 2008. O vetor m_t consiste nas variâncias e nas autocorrelações de primeira ordem dessas variáveis.

Os dados foram obtidos da base de dados do FRED, disponível no sítio eletrônico do *Federal Reserve Bank of Saint Louis* (www.stls.frb.org). O consumo é medido pelos gastos com consumo pessoal (*personal consumption expenditures*), enquanto o produto é a medida de produto interno bruto (*GDP*), ambos ajustados sazonalmente. Como os dados brutos são nominais, torna-se necessário convertê-los em termos reais *per capita* ao dividir as séries pela média trimestral do índice de preços ao consumidor (*CPI for all urban consumers*) e pela população norte-americana (*U.S. civilian non-institutional population*).

A taxa de juros nominal, i_t , é a taxa de *Fed Funds*, e os preços das ações são medidos pelo índice S&P deflacionado.

¹⁶ Ver Ruge-Murcia (2007, 2012) para maiores detalhes.

2.2.5.3 Parâmetros

A partir de um vetor de valores iniciais, encontramos parâmetros por meio de calibragem SMM, repetindo o procedimento algumas vezes, apenas alternando levemente os valores iniciais dependendo dos resultados que a calibragem SMM fornece a cada estimação gerada, com maior atenção àqueles parâmetros que apresentam resultados de maior volatilidade (b_0 e os coeficientes relacionados à persistência dos choques).

A tabela abaixo (Tabela 2.1) resume os resultados da calibragem SMM, desconsiderando os valores extremos mínimo e máximo. Apresenta, também, os parâmetros e seus valores, tanto os definidos *a priori* quanto aqueles encontrados na calibragem, que serão utilizados na próxima Seção. Por fim, a Tabela 2.2 apresenta os momentos gerados a partir da base de dados histórica e aqueles encontrados pelo modelo DSGE estimado nesse trabalho.

Tabela 2.1 - Parâmetros

Literature					
Parameter	Definition	Value			
β	Discount factor	1/1.01			
γ	Probability of leaving the market	0.1			
$(1-\alpha)$	Share of income that goes to labor	0.64			
ϵ	Elasticity of substitution among goods	6			
	Markup	1.2			
θ	Sticky price parameter	0.74			
ϕ_π	MP response to inflation	1.8			
ϕ_Y	MP response to output	0.5/4			
SMM Calibration					
Parameter	Definition	Initial Value	Calibrated Results	Mean	Median
b_0	Prospect Theory parameter	100	55 - 161	100	95
χ	Steady-state equity risk premium	0.0075	0 - 0.026	0.01	0.01
ϕ_R	Persistence of MP	0.75	0.54 - 0.76	0.66	0.66
ϕ_S	MP response to stock prices	0.1	0.01 - 0.08	0.03	0.03
ρ_a	Persistence of productivity shock	0.8	0.17 - 0.93	0.59	0.6
ρ_{er}	Persistence of MP shock	0.7	0.09 - 0.87	0.67	0.83
ρ_{equi}	Persistence of stock price shock	0.8	0.1 - 0.76	0.52	0.56
ρ_b	Persistence of b shock	0.01	0 - 0.02	0.01	0.01
σ_{aa}	Std. deviaton of a	1	0 - 0.3		
σ_{er}	Std. deviaton of er	1	0.0042 - 2.12		
σ_s	Std. deviaton of $equi$	1	0 - 0.0003		
σ_b	Std. deviaton of b	1	0.25 - 30.76		

Tabela 2.2 – Momentos

	Model-implied moments		Data moments	
	Variance	First-order Autocorrelation	Variance	First-order Autocorrelation
$\log(C_t)$	0.004	0.74	0.002	1
$\log(Y_t)$	0.004	0.74	0.001	1
$\log(I_t)$	0.0001	0.88	0.03	0.99
$\log(S_t)$	0.004	0.74	0.04	0.99

2.3 Dinâmica do Modelo

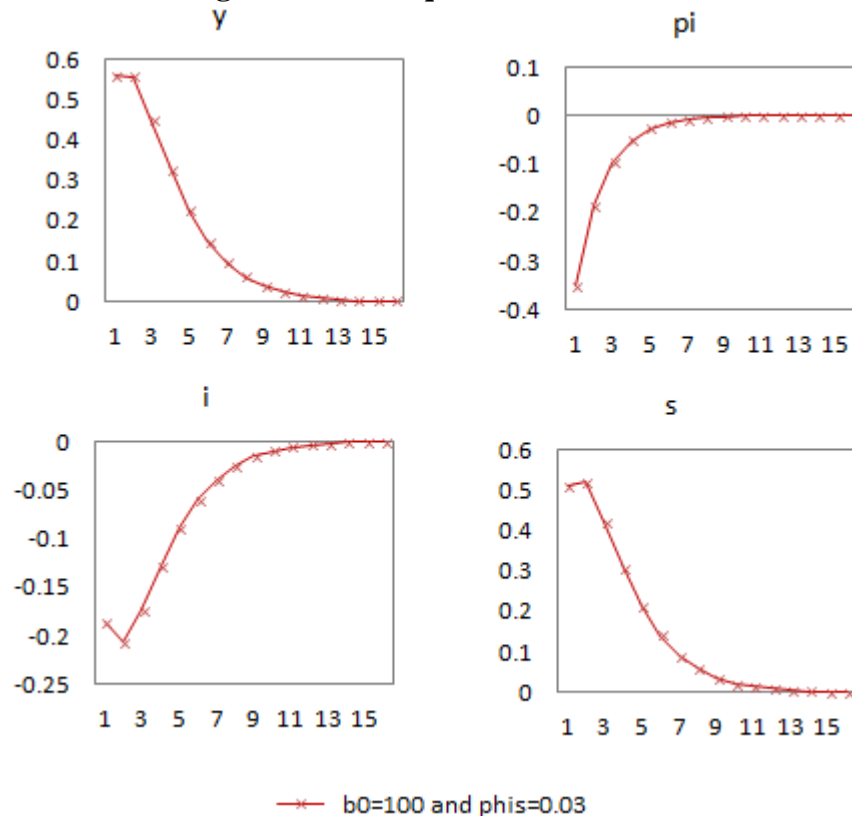
2.3.1 Respostas a Impulsos 1

Com o objetivo de ilustrar a dinâmica do modelo, apresentamos a seguir os efeitos de cada choque (choque de produtividade, choque de política monetária, choque financeiro e choque na variável b_t) sobre as principais variáveis macroeconômicas. Os parâmetros utilizados nesta Subseção são os valores médios descritos na Tabela 2.1. Trabalhamos com aproximação de segunda ordem das condições de equilíbrio do modelo em torno de seu equilíbrio determinístico¹⁷.

As respostas de inflação, produto, taxa de juros nominal e preços de ações apresentadas nas figuras abaixo são expressas em termos anuais e em percentuais (i.e., são obtidas multiplicando os respostas das variáveis por quatro).

¹⁷ Uma aproximação de terceira ordem apresentou resultados similares à aproximação de segunda ordem até a terceira casa decimal. Para visualização, ver gráficos no Apêndice I.

Figura 2.1 – Choque de Produtividade



De acordo com o modelo, após um choque positivo de tecnologia (Figura 2.1) na economia, produto e consumo crescem. O aperfeiçoamento da tecnologia é parcialmente acomodado pelo banco central, que diminui a taxa de juros nominal como consequência do choque. No entanto, esse movimento não é suficiente para evitar que haja deflação. Os preços das ações se elevam devido ao aumento do consumo presente e da queda na taxa de juros.

A seguir, considere um choque que corresponde a um aumento de 25 pontos-base em uu_t (i.e., 100 pontos-base no cenário anualizado), o qual, na ausência de qualquer outra mudança induzida pela resposta da inflação, produto e preços de ativos a esse choque, implicaria um aumento de 100 pontos-base na taxa de juros nominal anualizada (Figura 2.2).

Após esse choque, o aumento na taxa de juros nominal gera queda no consumo e no produto, assim como deflação. Os preços das ações também caem, acompanhando a queda no produto e consumo.

Figura 2.2 – Choque de Política Monetária

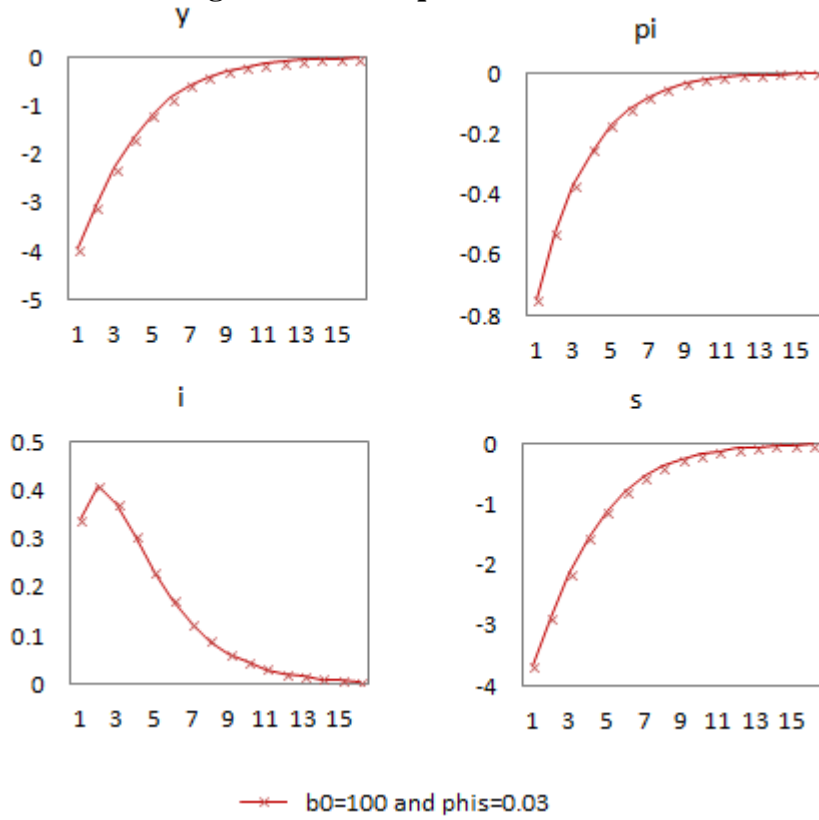
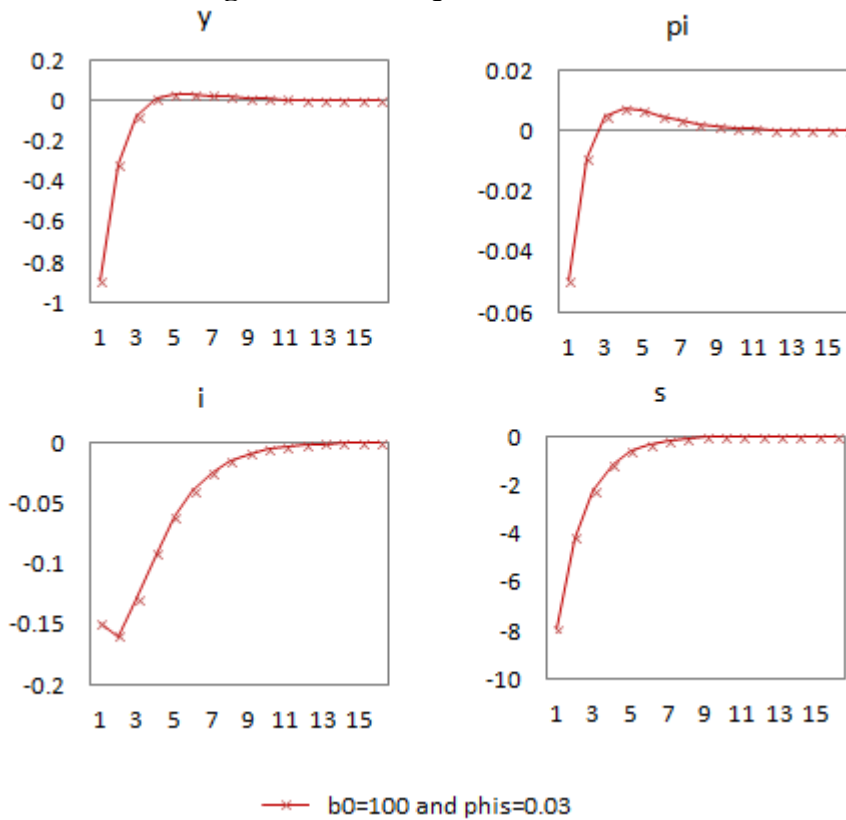


Figura 2.3 – Choque no Prêmio de Risco

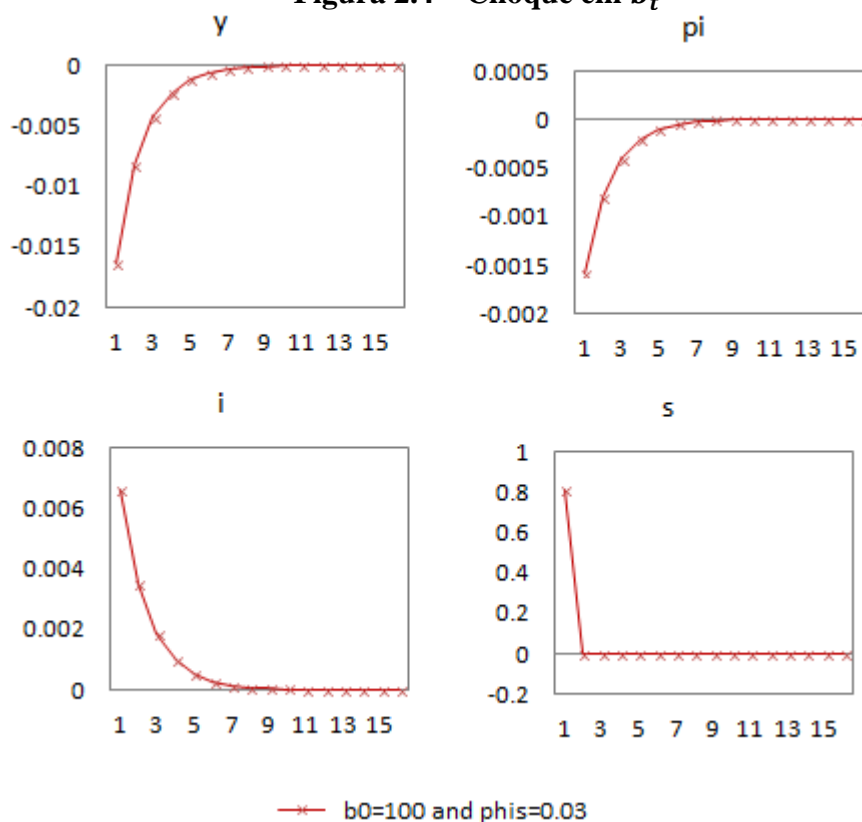


Já um choque financeiro negativo (Figura 2.3), representado aqui como uma alteração no prêmio de risco, gera uma queda nos preços das ações, bem como no consumo e no produto. Apesar da política monetária expansionista, os preços ao consumidor recuam durante os primeiros dois a três trimestres após o choque e, após esse período, tanto o produto e consumo quanto os preços retornam à sua trajetória de equilíbrio.

Por fim, um choque positivo na variável b_t , o que implica um aumento nas preferências dos agentes em relação a seus ganhos com investimentos em ativos de risco, gera um aumento nos preços das ações relacionado a um aumento na demanda por ativos de risco. Essa situação implica um aumento nas taxas de juros como tentativa de reduzir a diferença entre os valores associados aos títulos do governo e aos ativos de risco. Como consequência, o produto cai, assim como os preços ao consumidor.

Pelo exposto, percebe-se que todas as variáveis aparentam responder com os sinais esperados.

Figura 2.4 – Choque em b_t



2.3.2

Respostas a Impulsos 2: Resposta da Política Monetária a Preços de Ações

Nesse subitem, permitimos que o coeficiente dos preços das ações na Regra de Taylor se altere para que possamos analisar a trajetória das variáveis macroeconômicas quando os *policymakers* respondem diretamente a oscilações nos preços das ações.

Esse exercício mostra que uma resposta um pouco mais agressiva da política monetária a preços de ações *pode* reduzir as oscilações em produto e inflação causadas por choques exógenos nos preços das ações. No entanto, esse resultado depende da magnitude do coeficiente associado a preços de ativos na Regra de Taylor, vez que o modelo sugere que responder diretamente a preços de ativos pode levar os *policymakers* a gerarem oscilações não desejadas nas variáveis macroeconômicas (Figura 2.7).

Figura 2.5 – Choque de Produtividade

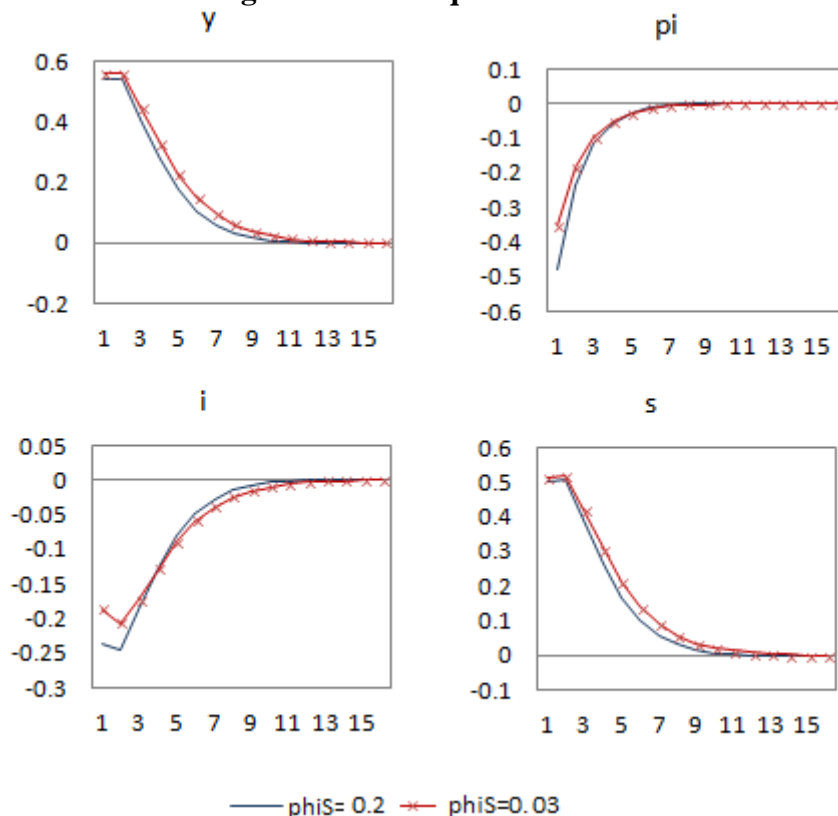


Figura 2.6 – Choque de Política Monetária

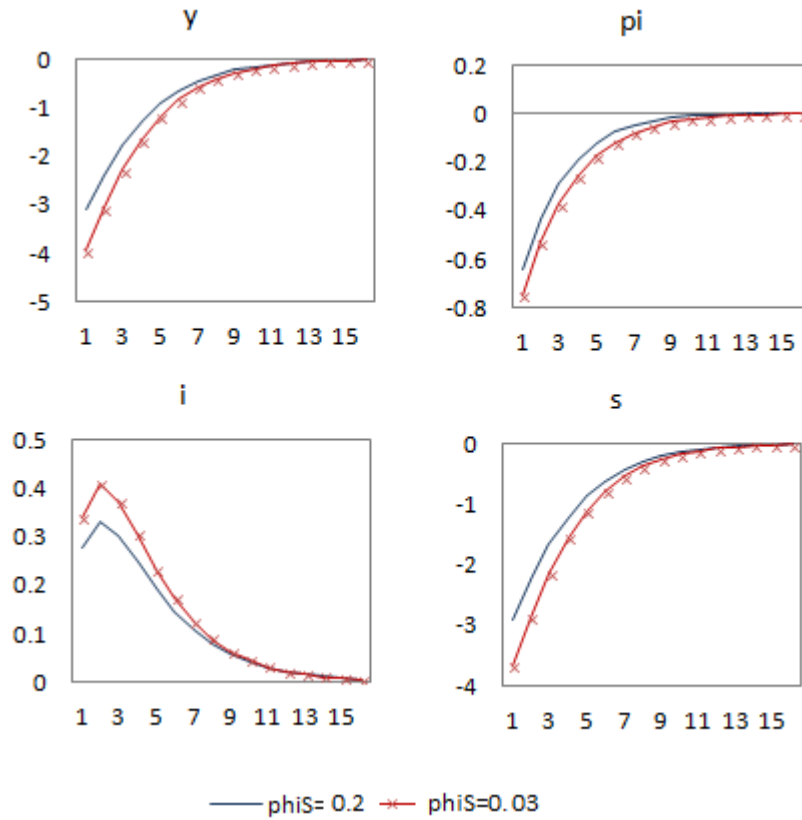


Figura 2.7 – Choque no Prêmio de Risco

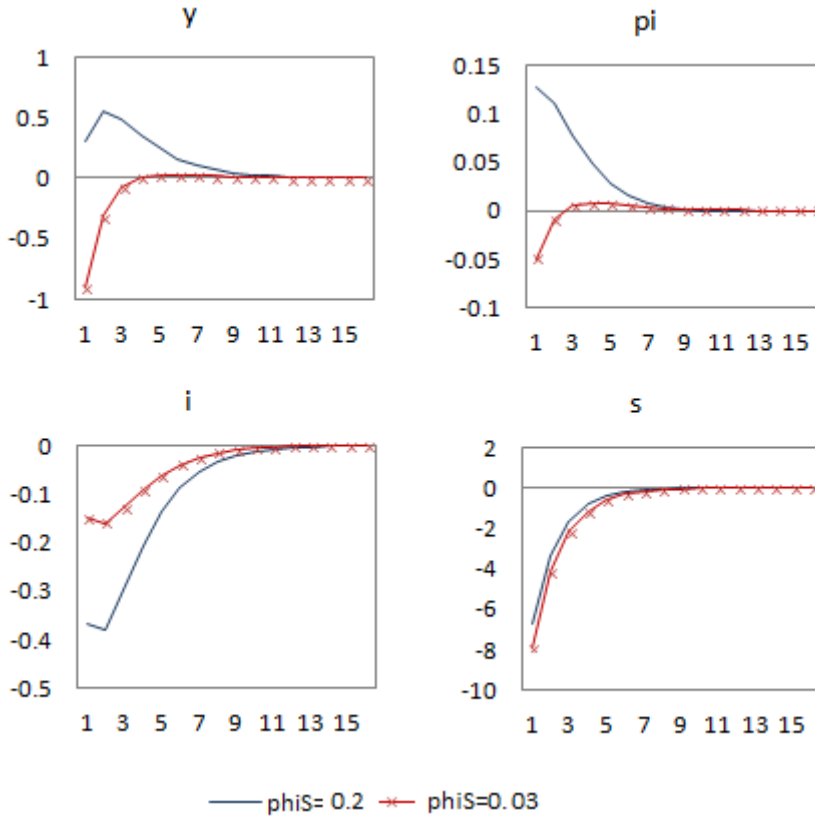
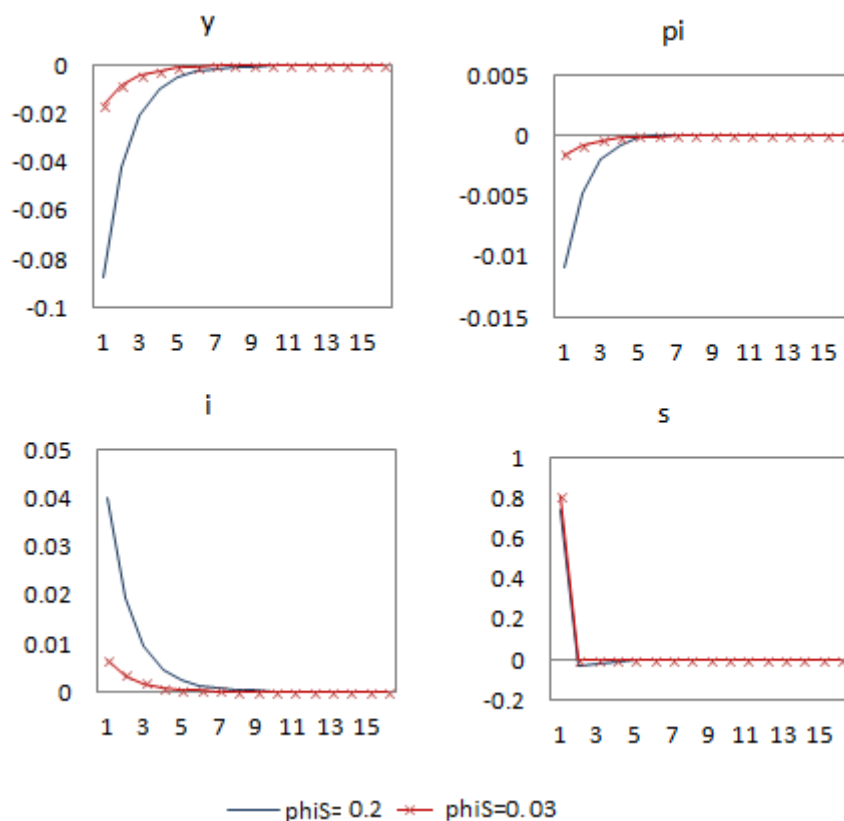


Figura 2.8 – Choque em b_t 

Ademais, choques de produtividade ou choques de preferência em ganhos com investimentos (choque em b_t) em um ambiente onde *policymakers* se preocupam mais fortemente com flutuações nos preços de ativos parecem gerar uma oscilação indesejável na inflação mesmo quando o banco central altera a taxa de juros com maior intensidade.

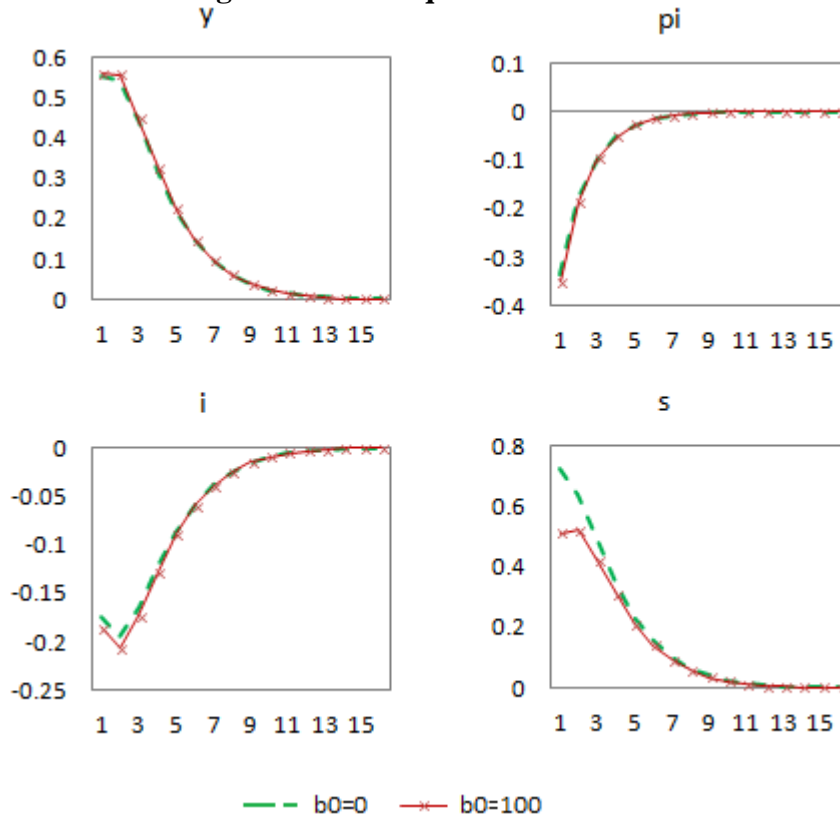
Por fim, em sentido contrário, percebe-se que choques de política monetária em um ambiente em que *policymakers* respondem direta e fortemente a preços de ativos afetam com menos intensidade a trajetória de inflação, atividade e preços de ações.

2.3.3

Respostas a Impulsos 3: Ausência da *Prospect Theory*

O próximo exercício busca analisar a trajetória das variáveis de interesse após choques exógenos num modelo em que não haja a inclusão da *Prospect Theory* ($b_0 = 0$).

Figura 2.9 – Choque de Produtividade



Como pode ser visto nas Figuras 2.9 a 2.11, a inclusão da *Prospect Theory* no modelo não afeta a trajetória de consumo, produto, inflação ou taxa de juros nominal após um choque positivo de tecnologia ou de política monetária.

A principal diferença é vista na resposta do produto, inflação e taxa de juros ao impulso de um choque exógeno nos preços das ações (Figura 2.11). Quando o termo relacionado à *Prospect Theory* não é incluído no modelo, taxa de juros, consumo e inflação sofrem uma queda de magnitude menor do que aquela que seria registrada se o modelo considerasse esse canal do mercado financeiro na função de utilidade dos agentes. A ideia por trás desse resultado é que, quando os consumidores atribuem alguma importância às suas decisões relacionadas a investimentos financeiros, eles alocam uma porção maior de sua riqueza em ativos de risco em detrimento a consumo presente ou títulos do governo (ativos sem risco). Portanto, uma queda abrupta nos preços das ações afeta o consumo mais significativamente, como visto nos gráficos. Como consequência direta, os preços ao consumidor caem, assim como as taxas de juros, como tentativa de estabilizar essas oscilações no ambiente econômico.

Figura 2.10 – Choque de Política Monetária

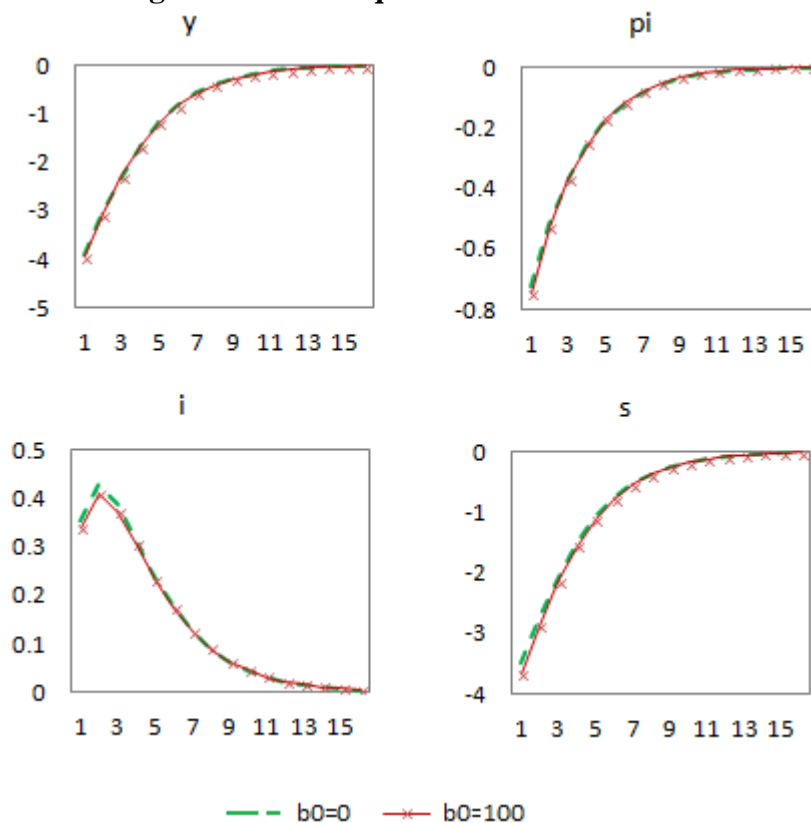
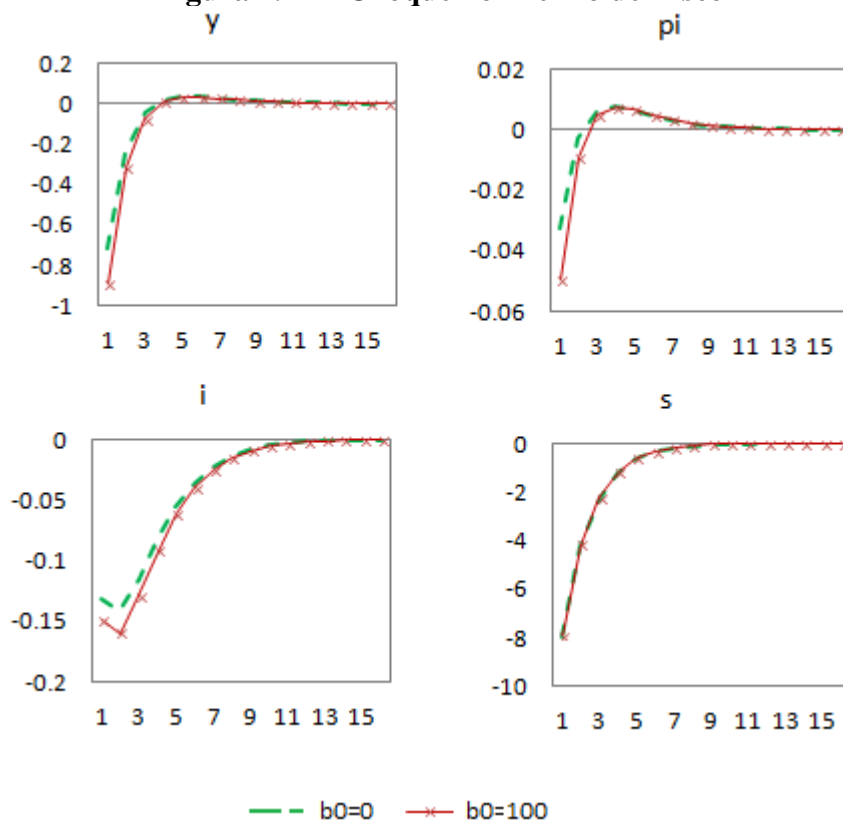


Figura 2.11 – Choque no Prêmio de Risco



2.4 Considerações Finais

Este trabalho buscou analisar um modelo DSGE no qual preços de ações afetam a política monetária e as variáveis macroeconômicas através de dois canais: via efeito riqueza de Blanchard-Yaari e via canal da *Prospect Theory*. O primeiro é introduzido no modelo por meio de uma versão do modelo de juventude perpétua, que postula que os agentes econômicos se deparam com uma probabilidade constante de sair do mercado a cada período, situação que afeta as decisões de consumo ao longo do tempo. Já o último inclui um termo associado a investimentos financeiros na utilidade do agente, tal como proposto por Barberis et al. (2001), de forma a capturar um efeito psicológico por trás das decisões de investimento dos agentes.

A inclusão desse termo no modelo também teve como objetivo buscar uma abordagem da literatura de precificação de ativos para aprimorar o ajuste entre o prêmio de risco encontrado nos dados históricos e aqueles encontrados a partir de modelos macroeconômicos. No entanto, dificuldades técnicas para incluir esse canal adequadamente no modelo (como uma função-valor côncava na região de ganhos e convexa na região de perdas do investidor, tal como em Tversky e Kahneman (1992), ou como uma função de utilidade linear e não derivável na origem, como em Rosenblatt-Wisch (2006)) não permitiram a inclusão da *Prospect Theory* no modelo DSGE com efeito riqueza *à la* Blanchard-Yaari da forma como seria mais adequada.

Exercícios de respostas a impulsos com base em parâmetros calibrados sugerem que uma resposta um pouco mais agressiva da política monetária a preços de ações *pode* reduzir as oscilações em produto e inflação causadas por choques exógenos nos preços das ações. Similarmente, choques de política monetária em um ambiente em que *policymakers* respondem diretamente a preços de ativos afetam com menos intensidade a trajetória de inflação, atividade e preços de ações.

Por fim, esses exercícios também indicam que um choque exógeno no prêmio de risco afeta as variáveis macroeconômicas e a política monetária de forma diferente quando consideramos ou não a abordagem da *Prospect Theory* na estrutura do modelo: quando $b_0 > 0$, o nível da taxa de juros precisa ser alterado

de forma mais incisiva após o choque como forma de buscar a estabilidade macroeconômica.