



**Vinícius Brum Guerra Gomes**

**O Modelo de Heston e o mercado brasileiro de opções**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Administração de Empresas.

Orientador: Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto

Rio de Janeiro  
Março de 2015



**Vinícius Brum Guerra Gomes**

## **O Modelo de Heston e o mercado brasileiro de opções**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto**

Orientador

Departamento de Administração – PUC-Rio

**Prof. Marcelo Cabus Klotzle**

Departamento de Administração - PUC-Rio

**Prof. Ubiratan Jorge Iorio de Souza**

UERJ

**Prof<sup>a</sup>. Mônica Herz**

Vice-Decana de Pós-Graduação do CCS – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 18 de março de 2015

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

**Vinícius Brum Guerra Gomes**

Ficha Catalográfica

Gomes, Vinícius Brum Guerra

O Modelo de Heston e o mercado brasileiro de opções / Vinícius Brum Guerra Gomes; orientador: Antonio Carlos Figueiredo Pinto. – 2015.

48 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2015.

Inclui bibliografia

1. Administração – Teses. 2. Ações. 3. Opções. 4. Precificação. I. Pinto, Antonio Carlos Figueiredo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

*Ainda que eu andasse pelo vale da sombra da morte, não temeria mal algum,  
porque tu estás comigo; a tua vara e o teu cajado me consolam. (Salmos 23.4)*

## Agradecimentos

Agradeço a Deus pela minha vida e pela vida de todos que amo. O amor de Deus me fortalece e me anima diante de todos e qualquer desafio. *“Até aqui nos ajudou o Senhor (1 Samuel 7:12)”*.

A minha mãe Marcia Guerra por ter sido o meu maior exemplo de garra e determinação. Obrigado por ser minha eterna amiga, incentivadora. Você é perfeita.

A minha avó, Jorgina Campolino Guerra, por todos os carinhos e broncas.

A minha amiga, namorada e futura esposa Gislene Barbosa dos Santos, pela paciência, pelo incentivo e pelos finais de semana investidos.

Ao Professor Antonio Carlos Figueiredo Pinto, meu orientador, e ao Professor Marcelo Cabus Klotzle pela confiança e pelos ensinamentos.

## Resumo

Gomes, Vinícius Brum Guerra; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo (Orientador). **O Modelo de Heston e o mercado brasileiro de opções.** Rio de Janeiro, 2015. 48p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho tem como objetivo principal realizar uma análise comparativa entre os modelos de precificação de Black e Scholes (1973) e de Heston (1993) de forma a identificar aquele que melhor se adequa à realidade do mercado brasileiro de opções. Para tanto, foi selecionado um conjunto de opções cujas ações subjacentes compunham o IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo) na data de coleta dos dados (Novembro/2014). Os dados das ações compreendem o período que vai de Janeiro/2000 até Novembro/2014. Para o modelo de Heston, foram abordadas duas alternativas de estimação da volatilidade: a estimação por GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e por EGARCH (*Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic*). A análise de tais resultados foi realizada a partir da comparação entre três indicadores de erro: MAE (Erro Médio Absoluto), MAPE (*Erro Absoluto Médio Percentual*) e MSE (Erro Quadrático Médio). Após a realização deste estudo empírico para cada opção selecionada foi verificado que o modelo de Heston aparece como a melhor alternativa de precificação de opções.

## Palavras-chave

Ações; Opções; Precificação.

## Abstract

Gomes, Vinícius Brum Guerra; Pinto, Antonio Carlos Figueiredo (Advisor). **The Heston model and the brazilian market options**. Rio de Janeiro, 2015. 48p. MSc Dissertation - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work is aimed at providing a comparative analysis between the pricing models of Black and Scholes (1973) and Heston (1993) in order to identify the one that best suits the reality of the brazilian options market. To that end, a set of options whose underlying shares composed the Ibovespa (*Index of the São Paulo Stock Exchange*) were selected at the time of data collection (November/2014). The data of the shares cover the period from January/2000 to November/2014. For the Heston model, two volatility estimation alternatives were addressed: Estimation by GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) and by EGARCH (*General Exponential Autoregressive Conditional Heteroskedastic*). The analysis of these results was performed from comparing three error indicators: MAE (*Mean Absolute Error*), MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) and MSE (*Mean Squared Error*). After performing this empirical study for each selected option was found that the Heston model appears as the best alternative option pricing.

## Keywords

Shares; Options; Pricing.

# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>14</b>
2.1. Revisão da Literatura	14
2.2. O modelo e os parâmetros de Heston	16
<b>3. METODOLOGIA</b>	<b>18</b>
3.1. Dados e Amostragem	18
3.2. Modelagem Empírica	21
3.3. O Modelo de Black-Scholes na prática	23
3.4. Estimando a volatilidade de Heston: o modelo GARCH	24
3.5. Testando os modelos GARCH e EGARCH	26
3.6. Análise comparativa dos resultados	27
<b>4. RESULTADOS</b>	<b>28</b>
<b>5. CONCLUSÕES</b>	<b>31</b>
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>33</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>35</b>
A.1. Teste ARCH e ADF para verificação de viabilidade	35
A.2. Teste para comparação dos modelos GARCH e EGARCH	43

## Lista de gráficos

Gráfico 1 – Volatilidade implícita x Volatilidade Black-Scholes	15
Gráfico 2 – Séries de preços de mercado	22
Gráfico 3 – Retorno das ações (2000 – 2014)	25

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Papéis identificados e dias de negociação observados	19
Tabela 2 – Conjunto de opções a serem precificadas	19
Tabela 3 – Dados da taxa Selic	20
Tabela 4 – Resultado das medidas de erro de predição	28
Tabela 5 – Resultado do teste de Giacomini-White	30

## INTRODUÇÃO

Até a eclosão da Crise de 2008, os contratos derivativos cresceram em importância e passaram a ser disseminados como peças-chave para a composição de estratégias de *hedge*. Até o momento, a sofisticação de tais ativos vem crescendo e deixando para os governos e para o sistema financeiro global a árdua tarefa de controlar o ímpeto dos investidores e dirimir o temido risco sistêmico que ainda hoje assombra uma Europa economicamente abalada.

Embora já existam sinais de recuperação econômica por parte de alguns países, a realidade imposta pela crise trouxe à tona as fragilidades do sistema financeiro internacional e remontou questionamentos acerca da capacidade de tais ativos enquanto instrumentos de proteção contra os riscos vivenciados pelo mercado. A desconfiança e o desconhecimento continuam incentivando uma série de estudos acerca dos variados tipos de derivativos e certamente são fatores que motivam este trabalho.

A ampliação das formas de utilização dos contratos de opção e *swap* ao longo da década de 90 trouxe consigo uma grande complexidade para o estudo deste segmento do mercado financeiro. Embora o sucesso deste tipo de operação tivesse se tornado incontestável, muito havia a ser desenvolvido no que diz respeito à precificação. Os esforços da academia em explicar e modelar os preços de derivativos e seus *outliers* buscaram desmitificar e reafirmar estas operações como alternativas para a sustentabilidade econômica das empresas e de seus investimentos.

Nesta trajetória de desenvolvimento do mercado de derivativos, o modelo de Black e Scholes (1973) aparece com grande destaque, representando um marco frente a todas as propostas de modelagem de preços existentes até então. Seu diferencial reside em uma abordagem simples e prática unida à agilidade alcançada com a sua aplicação. Isto porque o modelo de Black e Scholes (B-S) possui premissas que conduzem a um cenário teórico ideal para a sua utilização.

No entanto, a introdução do modelo no cotidiano do mercado ficou responsável por revelar as fragilidades das premissas adotadas e conduzir as principais críticas formuladas contra o ferramental proposto.

No cerne das críticas direcionadas ao modelo de B-S residem as discussões a respeito da volatilidade. Ao contrário do que estabelecem as restrições do modelo, a volatilidade não se comporta de maneira constante na prática. De fato, diversos esforços de pesquisa mostraram que o cálculo da volatilidade implícita, isto é, a volatilidade encontrada ao resolver o modelo de B-S com todas as demais variáveis observadas no mercado, resulta em uma curva em formato de “U”. Este fenômeno também é conhecido como “sorriso da volatilidade” ou “sorriso da volatilidade implícita”.

Diante desta limitação do modelo B-S foram desenvolvidos novos estudos que buscavam capturar o real comportamento da volatilidade dos ativos subjacentes admitindo a adoção de processos estocásticos. Nesta nova categoria de modelos podem ser destacados os trabalhos de Hull e White (1987 e 1988), Bates (1996) e Heston (1993). O modelo de Heston recebeu maior popularidade diante dos demais trabalhos que modelaram a volatilidade através de processos estocásticos.

O destaque do modelo de Heston deve-se à sua capacidade de proporcionar uma solução em forma fechada para opções europeias, o que agiliza o processo de calibragem dos seus parâmetros e concede uma grande vantagem diante dos demais modelos de volatilidade estocástica. Com isso, o modelo se ajusta à superfície de volatilidade implícita do mercado. Heston propõe ainda que o retorno dos ativos subjacentes siga uma distribuição log-normal e leva em consideração a propriedade de reversão à média da volatilidade, ao contrário do que é considerado no modelo de B-S.

Assim, seguindo a linha mais recente de estudos voltados para o mercado de derivativos (MORAES et al., 2013 e KAHL et al., 2005), este trabalho objetiva apresentar alguns dos conceitos mais novos e relevantes a respeito da modelagem destinada à precificação de opções e testar a capacidade preditiva de tais criações no contexto do mercado brasileiro. Na prática, será aplicado o modelo de Heston em opções transacionadas no Brasil e os resultados serão comparados ao modelo

de Black-Scholes que é disseminado como modelo de mercado. Esta é uma importante peculiaridade e contribuição deste estudo, tendo em vista que não foram encontrados outros trabalhos que trouxessem este tipo de aplicação para o mercado brasileiro de opções de ações.

Este esforço de pesquisa também pretende retomar as discussões a respeito da importância residente na escolha do modelo de precificação e seus impactos na estimação de preços dos mais variados tipos de opção. À luz destes resultados serão traçadas as conclusões e sugestões para as próximas investigações acerca do tema.

## 2

# REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1

#### Revisão da Literatura

O modelo proposto por Heston (HESTON, 1993) e que será amplamente abordado neste trabalho tem suas raízes fincadas nas publicações de Black e Scholes (BLACK e SCHOLES, 1973) e nas posteriores contribuições de Merton (MERTON, 1973), que concederam a Myron Scholes e Robert Merton o Prêmio Nobel de Economia de 1997, após a morte de Fisher Black em 1995. Tais publicações deram luz ao principal instrumental que até hoje vem sendo adotado como base de modelagem para a precificação de opções. Apesar do caráter teórico e acadêmico, estes trabalhos seminais tornaram-se peças fundamentais para o cotidiano das mesas de operações e estimularam o desenvolvimento de diversos outros estudos que seguiram a linha de contratos de opções e de outros derivativos (VOLCHAN, 1999).

Em seu artigo, Black e Scholes fazem menção a algumas tentativas de precificação de opções que já haviam surgido à época, como o modelo de Sprenkle (1961), Samuelson (1965) e Chen (1970), mas ressaltam que nenhuma tentativa havia alcançado resultados relevantes que pudessem justificar a aplicabilidade de tais modelos na rotina das mesas de operações. Para contornar essa carência, grande parte do mercado praticava uma precificação baseada no valor das garantias envolvidas em cada operação ou através de modelos que abriam margem para diferentes interpretações (BLACK e SCHOLES, 1973).

Embora o sucesso do modelo B-S não possa ser contestado em meio à sua grande contribuição, muitas críticas foram endereçadas às suas restrições no que diz respeito a sua aplicação prática. Em especial, o fenômeno do sorriso da volatilidade aparece como principal ofensor à premissa de volatilidade constante assumida por Black e Scholes em 1973. O cálculo implícito da volatilidade a

partir do modelo B-S permite observar que, de fato, o mercado atribui volatilidades diferentes para opções idênticas com vencimentos e preços de exercício distintos (CARR, MADAN, 1998).

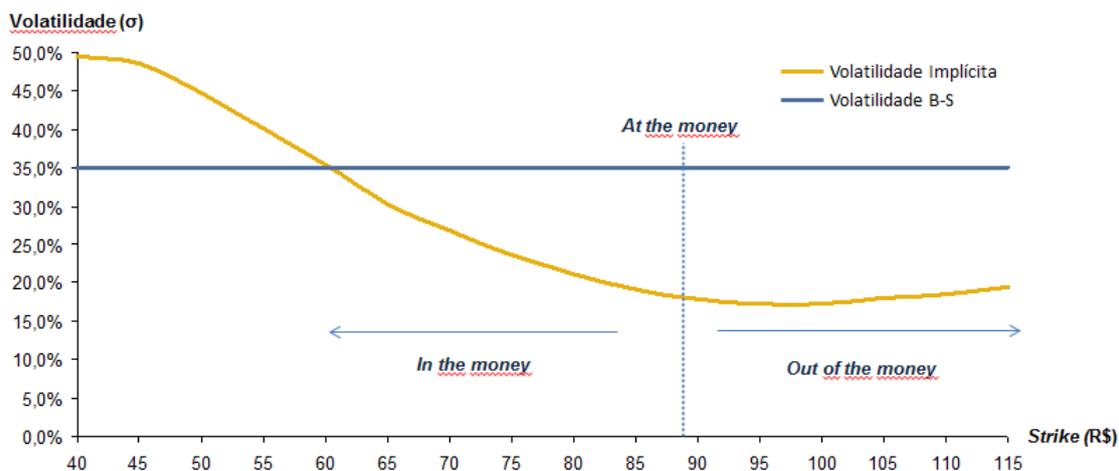


Gráfico 1 - Volatilidade implícita x Volatilidade Black-Scholes

Fonte: Elaboração Própria (2015)

O Gráfico 1 compara as curvas de volatilidade de B-S com a curva de volatilidade implícita calculada a partir do próprio ferramental proposto pelo modelo B-S. Tal ilustração permite observar o comportamento anômalo da curva de volatilidade para opções de compra *out of the money* (preço à vista < preço de exercício), *in the money* (preço à vista > preço de exercício) ou *at the Money* (preço à vista = preço de exercício). O formato em “U” da curva de volatilidade implícita inspirou a nomeação de “sorriso da volatilidade” ou “sorriso da volatilidade implícita” e deu origem a uma série de trabalhos posteriores que buscaram desenvolver modelos capazes de incorporar este efeito ao estimar o preço de opções de compra e venda sobre ações (VIANA, 1998).

Autores como Heston (HESTON, 1993), Bates (BATES, 1996), Hull e White (HULL e WHITE, 1987 e 1988) buscaram solucionar o problema de estimação da volatilidade criando modelos baseados na adoção de processos estocásticos para estimação da curva de volatilidade. Este trabalho irá se concentrar na solução proposta por Heston e nas particularidades de seus resultados frente ao modelo de mercado (B-S).

## 2.2

### O Modelo e os parâmetros de Heston

O modelo de Heston para opções de ações pode ser especificado pelas seguintes equações diferenciais (HESTON, 1973):

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sqrt{V(t)}dW_1 \quad (2.1)$$

$$dV(t) = \kappa(\theta - V(t))dt + \sigma\sqrt{V(t)}dW_2 \quad (2.2)$$

$$dW_1 \cdot dW_2 = \rho dt \quad (2.3)$$

onde

$S(t)$  é o preço à vista da ação no momento  $t$ ;

$\mu$  é a média de retorno das ações;

$V(t)$  é a variância do retorno das ações;

$\theta$  é a variância estimada para o longo prazo;

$\kappa$  é a velocidade de reversão da volatilidade à média estimada para o longo prazo;

$\sigma$  é a volatilidade da volatilidade;

$W_{1,2}$  são movimentos Brownianos geométricos;

$\rho$  representa o grau de correlação entre  $W_1$  e  $W_2$ ;

De maneira análoga ao modelo proposto por Black e Scholes em 1973, o modelo de Heston adota as variáveis  $S$ ,  $V$  e  $\mu$  que dispensam esforços de estimação uma vez que são observadas pelo mercado.

Para endereçar o problema do “sorriso da volatilidade”, o modelo de Heston adota parâmetros ( $\theta$  e  $\kappa$ ) que tem como objetivo capturar este efeito. Por sua vez,  $W_{1,2}$  são movimentos Brownianos geométricos que representam as incertezas do preço e da volatilidade das ações. O parâmetro  $\rho$  traduz a correlação entre os movimentos Brownianos, permitindo um efeito de alavancagem no modelo quando  $\rho \neq 0$  (MIKHAILOV, 2003).

Buscando tornar o modelo mais prático, Heston e Nandi (HESTON e NANDI, 2000) propuseram a adoção de um modelo GARCH (p,q) para estimação da série de volatilidade de longo prazo. Segundo os autores, a adoção do modelo GARCH não gera resultados significativamente diferentes, mas permite uma estimação mais fácil através da simples observação do histórico de preços.

As próximas seções apresentarão os métodos adotados na coleta da amostra e descreverão a metodologia assumida para aplicação do modelo de Heston no contexto do mercado de opções de ações brasileiras.

## 3

### METODOLOGIA

#### 3.1

##### Dados e Amostragem

Buscando aplicar o modelo de Heston no cenário brasileiro de opções de ações e comparar os resultados com os preços estimados pelo modelo tradicional de B-S, foram utilizados os dados de opções e ações transacionadas na BOVESPA (Bolsa de Valores do Estado de São Paulo) durante o período de 03 de Janeiro 2000 até 21 de Novembro de 2014. Para tanto, foram selecionadas opções de compra (*call*) cujas ações subjacentes compunham o IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo) no momento de extração dos dados (23 de Novembro de 2014). A utilização desta série se faz necessária na construção da projeção de volatilidade que será empregada no modelo de Heston. Além disso, os parâmetros  $\kappa$  e  $\theta$  também serão produzidos a partir destes dados. Os preços considerados correspondem aos valores verificados no fechamento de cada pregão. Este trabalho considerou apenas as opções europeias das 7 ações preferenciais que apresentaram o maior número de observações na amostra.

Como resultado, a amostragem baseada nos critérios acima explanados identificou os papéis da Tabela 1. Os ativos subjacentes selecionados correspondem às ações preferenciais das empresas Usiminas S/A, Eletrobras S/A, Investimentos Itaú S/A, Cemig S/A, Petrobras S/A, Vale S/A e Gerdau S/A, respectivamente.

Tabela 1 – Papéis identificados e dias de negociação observados

<b>Código do Papel</b>	<b>Observações</b>
USIM5	3690
ELET6	3690
ITSA4	3690
CMIG4	3690
PETR4	3690
VALE5	3690
GGBR4	3421
<b>TOTAL</b>	<b>29251</b>

Fonte: Elaboração Própria (2015)

O tempo até o vencimento da opção foi calculado com base na diferença em dias remanescentes entre a data do pregão considerado e a data de vencimento estabelecida pelo contrato.

Com base no período da amostra selecionada e nos ativos identificados como adequados pelos critérios deste estudo, foram selecionadas as opções ilustradas na Tabela 2 abaixo. O período de precificação consiste em 17 dias úteis (de 21 de Novembro de 2014 até 15 de Dezembro de 2014). Este horizonte de tempo foi escolhido de forma que seja possível observar o maior número de preços de opções a partir do mercado, uma vez que as opções possuem datas distintas de emissão e vencimento.

Tabela 2 – Conjunto de opções a serem precificadas

<b>Cód. do Papel</b>	<b>Cod. Opções</b>	<b>Emissão</b>	<b>Vencimento</b>	<b>Preço de Exercício</b>
USIM5	USIML53	21/11/2014	14/12/2014	R\$ 5,30
ELET6	ELETA11	17/11/2014	18/01/2015	R\$ 7,50
ITSA4	ITSAL1	11/11/2014	14/12/2014	R\$ 11,08
CMIG4	CMIGL75	13/11/2014	14/12/2014	R\$ 14,14
PETR4	PETRL50	10/11/2014	14/12/2014	R\$ 20,41
VALE5	VALEL47	05/11/2014	14/12/2014	R\$ 17,85
GGBR4	GGBRL10	11/11/2014	14/12/2014	R\$ 10,02

Fonte: Elaboração Própria (2015)

A taxa SELIC foi assumida como uma boa aproximação para a taxa de juros brasileira livre de risco (SIMONASSI, 2006). O histórico da série foi retirado da base de dados disponibilizada pelo Banco Central do Brasil<sup>1</sup>. Na tabela abaixo está o resultado da consulta para o período atribuído à precificação.

Tabela 3 – Dados da taxa Selic

Data	Taxa (%a.a.)	Estatísticas				
		Média	Mediana	Moda	Desvio padrão	Índice de curtose
22/10/2014	10,9	10,9	10,89	10,9	0,02	517,40
23/10/2014	10,9	10,9	10,89	10,9	0,02	576,27
24/10/2014	10,9	10,9	10,89	10,9	0,02	516,12
27/10/2014	10,9	10,9	10,89	10,9	0,02	553,20
28/10/2014	10,9	10,9	10,89	10,9	0,02	324,37
29/10/2014	10,9	10,9	10,89	10,9	0,02	466,87
30/10/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	391,33
31/10/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	459,90
03/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	460,43
04/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	452,94
05/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	500,52
06/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	418,21
07/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	464,48
10/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	479,01
11/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,02	528,39
12/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,03	389,79
13/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,03	363,06
14/11/2014	11,15	11,15	11,14	11,15	0,04	307,97

Fonte: Banco Central do Brasil (2014)

No próximo capítulo serão apresentadas as metodologias aplicadas na implementação dos modelos de precificação propostos por este estudo.

<sup>1</sup> Ver <http://www.bcb.gov.br/?SELICTAXA>.

## 3.2

### Modelagem Empírica

O objetivo dos modelos de precificação consiste em estimar os prêmios de forma a minimizar as diferenças em relação aos preços praticados e observados a partir do mercado. Sendo assim, será identificado como o modelo de maior desempenho aquele que apresentar a curva de prêmios que melhor se adequa aos preços realizados. Para tanto, serão apresentadas as técnicas necessárias à implementação de cada um dos modelos.

O modelo tradicionalmente aplicado pelo mercado (BS) pode ser facilmente reproduzido com o ferramental disponível no programa Excel. Muitos trabalhos foram desenvolvidos com a finalidade de criar manuais práticos de aplicação do modelo de Black e Scholes neste ambiente. Este trabalho irá adotar os códigos de VBA desenvolvidos no trabalho de Rouah e Vainberg (ROUAH e VAINBERG, 2007).

Para o desenvolvimento do modelo de Heston, serão utilizados dois softwares: Eviews (necessário à aplicação do modelo GARCH e das análises de curto e longo prazo da volatilidade dos ativos) e MATLAB (para estimar o modelo de Heston e identificar os resultados finais).

Os resultados serão comparados com o comportamento dos prêmios de cada opção. Os gráficos abaixo ilustram os prêmios observados no mercado.

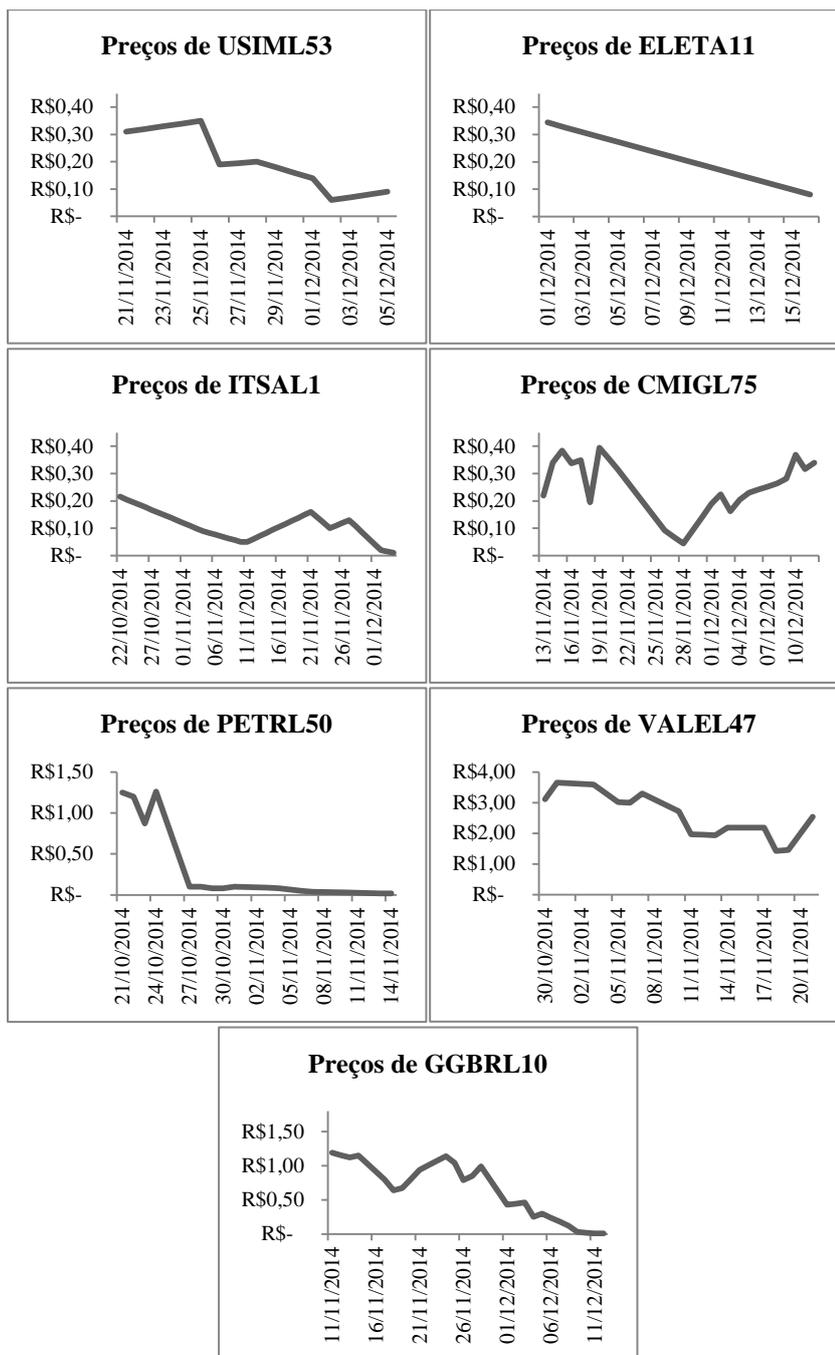


Gráfico 2 – Séries de preços de mercado

Fonte: Elaboração Própria (2015)

### 3.3

#### O Modelo de Black-Scholes na prática

A implementação do modelo de Black e Scholes é extremamente simples e não exige grande capacidade computacional. Neste exercício utilizamos apenas as ferramentas disponíveis em Excel para aplicação do modelo sobre a amostra previamente selecionada.

No modelo de Black e Scholes (1973), o preço de uma opção de compra<sup>2</sup> (*Call*) é dado pela seguinte equação:

$$C_{BS} = S_t \Phi(d) - e^{-rT} K \Phi(d - \sigma\sqrt{T}) \quad (4.1)$$

onde

$S(t)$  é o preço à vista da ação no momento  $t$ ;

$\sigma$  é a variância do retorno das ações (assumido como constante);

$r$  é a taxa de juros anual livre de risco;

$T$  é o tempo até o vencimento da opção;

$\Phi(d)$  = função de distribuição acumulada normal padrão;

Ao assumir que a taxa de volatilidade dos ativos subjacentes se comporta de maneira constante, o modelo de Black e Scholes minimiza os esforços necessários ao processo de precificação.

Para o modelo de Heston (1993), a estimação das séries de volatilidades é indispensável e será realizada separadamente, seguindo a adoção de um modelo GARCH (p,q) conforme proposto por Heston e Nandi (HESTON e NANDI, 2000). A próxima seção trata desta etapa.

---

<sup>2</sup> Embora este estudo não considere opções de venda de ações (*Put*), a precificação deste tipo de ativo pode ser facilmente resolvida através da *Paridade Put-Call*.

### 3.4

#### Estimando a volatilidade de Heston: o modelo GARCH

Em 2000, Heston e Nandi apresentaram uma forma de precificação de opções combinada com a utilização de um modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Esta nova fórmula buscou revisar o modelo estocástico de volatilidade em tempo contínuo que havia sido apresentado por Heston em 1993.

Segundo os autores, em uma base de dados diária, o modelo GARCH permite alcançar resultados numericamente próximos ao modelo estocástico de tempo contínuo, mas com uma maior praticidade. Essa vantagem reside no fato de os parâmetros do modelo GARCH serem facilmente estimados com base na observação dos retornos verificados nos ativos subjacentes.

Os gráficos abaixo trazem o retorno dos ativos cujas opções serão precificadas. Como pode ser observado, o comportamento de tais retornos é marcado pela heterocedasticidade, o que representa forte indício de aplicabilidade de modelos autorregressivos.

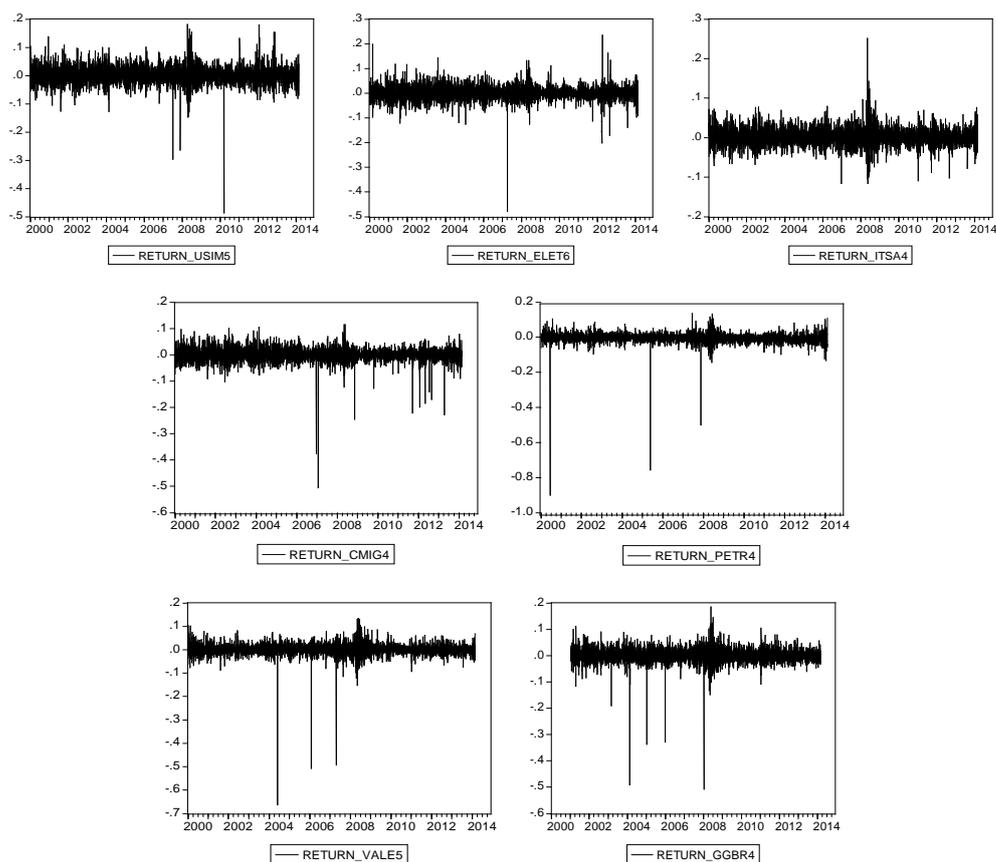


Gráfico 3 – Retorno das ações (2000 – 2014)

Fonte: Elaboração Própria (2015)

Vale ressaltar que a o horizonte de previsão apresenta grande relevância na escolha do modelo de precificação uma vez que a importância relativa entre as observações recentes e antigas está diretamente atrelada ao tamanho do horizonte pretendido. Outros estudos constataram que o peso relativo de observações antigas e recentes deverá variar na medida em que o horizonte de previsão cresce<sup>3</sup>. No caso do modelo GARCH, a adoção de previsões de longo prazo poderá implicar em viés, tendo em vista que os modelos desse gênero aplicam substituições recursivas que forçam a importância relativa entre observações (MORAES, 2013).

No entanto, tendo em vista que o objetivo deste estudo é projetar uma curva de prêmios de curto prazo (inferior a um mês), a adoção do modelo

<sup>3</sup> EDERINGTON & GUAN, 2010 apud MORAES, 2013.

GARCH não esbarrará neste tipo de problema, o que também é observado por Heston e Nandi em seu trabalho de revisão (HESTON e NANDI, 2000).

Para identificar a viabilidade do modelo GARCH foi aplicado o teste ARCH de heterocedasticidade. Os resultados do teste permitiram avaliar a presença de efeitos ARCH sobre os resíduos dos retornos de cada ação estudada. Ao nível de 5% foi confirmada a viabilidade dos testes GARCH e EGARCH.

Também foi aplicado o teste de ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) a fim de garantir que as séries de retorno dos ativos sejam estacionárias. Para todas as séries de retorno dos ativos subjacentes foi rejeitada a hipótese nula de raiz unitária, comprovando a estacionariedade dos dados.

Os resultados dos testes ARCH e ADF estão disponíveis no anexo deste trabalho.

### 3.5

#### **Testando os modelos GARCH e EGARCH**

Em alguns casos, o modelo EGARCH pode aparecer como uma valiosa alternativa para a previsão da volatilidade. O modelo EGARCH, também conhecido como GARCH exponencial, pode apresentar resultados mais adequados, de acordo com a disposição dos dados a serem analisados.

Em geral, o modelo EGARCH é mais indicado para os casos em que existe persistência de assimetria, uma vez que os parâmetros do modelo conseguem capturar melhor este efeito. Para a realidade deste estudo, se as relações entre a volatilidade e o retorno das ações for negativa é esperado que o modelo EGARCH apresente os melhores resultados.

Buscando identificar inadequação entre os modelos e o exercício de previsão da volatilidade das ações selecionadas, foram comparados os resultados de cada modelo (GARCH e EGARCH) sobre os sete ativos subjacentes. Os resultados estão disponíveis no anexo deste trabalho.

### 3.6

#### Análise comparativa dos resultados

Os resultados serão comparados através da análise das medidas de erro de predição. Dentre as possíveis medidas estão o erro quadrático médio (MSE), o erro absoluto médio (MAE) e o erro absoluto médio percentual (MAPE). Segundo as metodologias acima descritas, será identificado como o melhor modelo de previsão aquele que apresentar os menores valores de MSE, MAE e MAPE<sup>4</sup>.

As medidas de erro a serem usadas são definidas pelas equações abaixo:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_{it})^2 \quad (4.2)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_{it}| \quad (4.3)$$

$$MAPE = \frac{100}{n} \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_{it}|}{|y_t|} \quad (4.4)$$

onde

$y_t$  é o preço de mercado da opção;

$\hat{y}_{it}$  é o preço previsto pelo modelo (BS e Heston);

$n$  é o número de observações analisadas;

A próxima seção tratará dos resultados encontrados após a estimação de cada modelo.

---

<sup>4</sup> Vale observar que se  $y_t = \hat{y}_{it}$ , os três indicadores acima apresentarão resultado igual a zero. Isto quer dizer que quanto mais próximo os valores de MSE, MAE e MAPE estiverem de zero, melhor será o modelo.

## 4

## RESULTADOS

Após estimar a curva de preços através dos modelos de Black e Scholes e Heston (GARCH e EGARCH) foram comparados os resultados com os preços verificados no mercado. Os resultados dos três testes escolhidos para seleção do melhor modelo (MSE, MAE e MAPE) são ilustrados na tabela 4 que segue abaixo.

Tabela 4 – Resultado das medidas de erro de predição

Cod. Opções	Teste	Modelo B-S	Modelo	Modelo
			Heston (GARCH)	Heston (EGARCH)
USIML53	MSE	0,0064	0,0037	0,0032
	MAE	0,0691	0,0505	0,0438
	MAPE	47,5758	25,1075	24,0264
ELETA11	MSE	0,0124	0,0040	0,0061
	MAE	0,0968	0,0474	0,0595
	MAPE	38,3871	14,3300	16,7254
ITSAL1	MSE	0,0241	0,0037	0,0018
	MAE	0,0831	0,0408	0,0313
	MAPE	59,1202	25,6538	22,5167
CMIGL75	MSE	0,0038	0,0028	0,0028
	MAE	0,0462	0,0390	0,0421
	MAPE	26,7852	16,6667	16,5000
PETRL50	MSE	0,0316	0,1070	0,0316
	MAE	0,0985	0,1575	0,0861
	MAPE	94,9762	41,0625	20,3125
VALEL47	MSE	0,2788	0,1391	0,0477
	MAE	0,4317	0,2946	0,1869
	MAPE	21,0080	11,5000	8,1017
GGBRL10	MSE	0,0174	0,0097	0,0423
	MAE	0,0956	0,0682	0,1408
	MAPE	20,7813	10,8125	21,0938

Fonte: Elaboração Própria (2015)

O modelo de Heston se mostrou superior ao modelo tradicional de Black e Scholes, o que pode ser observado pelos maiores valores de MSE, MAE e MAPE que estão associados aos resultados obtidos através do modelo seminal. Além disso, vale ressaltar a similaridade resultante da comparação entre os modelos GARCH e EGARCH. Tais resultados reafirmam as características comuns de ambos os modelos.

No entanto, vale ressaltar a diferença observada nas opções PETRL50 e GGBRL10. No primeiro caso é possível observar que o modelo GARCH (1,1) apresentou um desempenho inferior ao EGARCH, embora superior ao modelo B-S. Este resultado era esperado, uma vez que o parâmetro GARCH do modelo GARCH (1,1) não apresentou resultado significativo nos testes preliminares (ver Anexos). No caso da opção GGBRL10, os resultados dos testes MSE, MAE e MAPE identificaram o modelo GARCH (1,1) como a melhor alternativa de precificação. Este resultado também era esperado, uma vez que o parâmetro de assimetria do modelo EGARCH não se mostra significativo ao nível de 10% (ver Anexo).

Abaixo são ilustrados os resultados do teste de Giacomini-White (GIACOMINI e WHITE, 2006), que tem como objetivo averiguar se os modelos estudados apresentam desempenhos significativamente diferentes entre si. Este teste foi aplicado sobre as medidas de erro preditivo abordadas neste trabalho (MSE, MAE, MAPE) e seus resultados fornecem insumos fundamentais a respeito da acurácia preditiva dos modelos testados.

Tabela 5 – Resultado do teste de Giacomini-White

	<b>Modelo B-S</b>	<b>Modelo GARCH</b>
<b>MSE</b>		
<i>Modelo GARCH</i>	0,0021	
<i>Modelo E-GARCH</i>	0,0024	0,2654
<b>MAE</b>		
<i>Modelo GARCH</i>	0,0032	
<i>Modelo E-GARCH</i>	0,0035	0,3888
<b>MAPE</b>		
<i>Modelo GARCH</i>	0,0017	
<i>Modelo E-GARCH</i>	0,0023	0,3760

Acima são apresentados os p-valores do teste de Giacomini-White cuja hipótese nula afirma que os modelos das linhas e das colunas possuem desempenho idêntico em termos do erro preditivo calculado (neste caso, cada uma das três medidas explicitadas).

Sendo assim, ao nível de significância de 5% é possível verificar que, de fato, o modelo de Heston aparece como uma melhor alternativa preditiva frente ao modelo de B-S. Além disso, o modelo de Heston estimado por GARCH não se mostrou significativamente diferente do modelo de Heston por EGARCH, tendo em vista que o p-valor do teste apresentado não é suficiente para excluir a hipótese nula ao nível de 10%.

Estes resultados reafirmam as expectativas iniciais deste trabalho ao identificar a superioridade dos modelos estocásticos na estimação da curva de preços de opções brasileiras.

## 5

### CONCLUSÕES

Os resultados deste estudo confirmam as limitações do modelo B-S enquanto instrumento de precificação de opções. Tais limitações residem fundamentalmente no fato de tal modelo adotar uma abordagem simplista e limitada acerca do comportamento da volatilidade dos ativos subjacentes. Ainda assim, vale ressaltar que a importância do modelo de B-S para o desenvolvimento das técnicas atualmente utilizadas na precificação de ativos financeiros é incontestável.

Por outro lado, o modelo de Heston aparece como uma alternativa mais eficiente ao considerar o comportamento da volatilidade de maneira estocástica. Este importante diferencial garante ao modelo de Heston uma abordagem mais coerente com a realidade vivenciada pelo mercado. Este modelo permite endereçar problemas como o do *sorriso da volatilidade* que é apontado como a principal e mais grave crítica às premissas adotadas por Black e Scholes em 1973.

Além disso, vale ressaltar que o modelo estocástico de Heston permite ainda uma atualização constante, embora esta característica não tenha sido explorada neste trabalho<sup>5</sup>. Ao permitir a atualização das projeções com novos *inputs* do mercado é esperado que o modelo de Heston apresente um desempenho ainda melhor, o que ampliaria o seu diferencial enquanto ferramenta de precificação.

Os resultados encontrados reafirmam os achados de outros estudos que buscaram comparar o modelo de Heston com o modelo de B-S em cenários do mercado europeu e americano.

Estudos posteriores poderão adotar procedimentos de atualização contínua para testar os ganhos observados sobre a performance do modelo de Heston. Este estudo também poderá contribuir como inspiração para novos trabalhos que busquem investigar a aplicabilidade do modelo de Heston para opções americanas

---

<sup>5</sup> Ver HESTON e NANDI (2000) para mais detalhes.

que sejam transacionadas no contexto brasileiro. Outras abordagens poderão considerar uma taxa de juros estocástica e testar os ganhos sobre os resultados obtidos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATES, D.S. Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in Deutsche Mark options. **Review of financial studies**, v. 9, n. 1, p. 69-107, 1996.

CARR, P.; MADAN, D. Determining volatility surfaces and option values from an implied volatility smile. **Quantitative Analysis of Financial Markets**, v.2, p. 163-191, 1998.

GIACOMINI, R.; WHITE, H. Tests of conditional predictive ability. **Econometrica**, v. 74, n. 6, p. 1545-1578, 2006.

GILLI, M.; MARINGER, D.; SCHUMANN, E. Numerical methods and optimization in finance. **Academic Press**, 2011.

HESTON, S.L. A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. **The Review of Financial Studies**, v. 6, n. 2, p. 327-343, 1993.

HESTON, S.L.; NANDI, S. A closed-form GARCH option valuation model. **The Review of Financial Studies**, v. 13, n. 3, p. 585-625, 2000.

HULL, J.; WHITE, A. The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. **Journal of Finance**, v. 42, n. 2, p. 281-300, 1987.

HULL, J.; WHITE, A. An Analysis of the Bias in Option Pricing Caused by a Stochastic Volatility. **Advances in Futures and Options Research**, v. 3, n. 1, p. 29-61, 1988.

KAHL, C.; JÄCKEL, P. Not-so-complex logarithms in the Heston model. **Wilmott magazine**, v. 19, n. 9, p. 94-103, 2005.

MERTON, R.C. Theory of rational option pricing. **The Bell Journal of economics and management science**, p. 141-183, 1973.

MIKHAILOV, S.; NOGEL, U. Heston's stochastic volatility model: Implementation, calibration and some extensions. **Wilmott magazine**, p. 74-79, July, 2003.

MORAES, A.S.M.D.; PINTO, A.C.F. & KLOTZLE, M.C. Estimativas de Longo Prazo para a Volatilidade de Séries Temporais no Mercado Financeiro Brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, 11(4), p. 455-479, 2013.

ROUAH, Fabrice D.; VAINBERG, Gregory. Option pricing models and volatility using Excel-VBA. **John Wiley & Sons**, 2007.

SIMONASSI, A.G. Estimando a Taxa de Retorno Livre de Risco no Brasil. **ANPEC-Associação Nacional dos Centros de Pós-graduação em Economia**, 2006.

VIANA, P.A.B.T.L.C. O Efeito “sorriso” da volatilidade implícita de opções financeiras: estudo empírico aplicado a opções sobre acções da LIFFE. **Tese de Mestrado FEP, Faculdade de Economia do Porto**, 1998.

VOLCHAN, S.B. Modelos matemáticos em finanças: Avaliação de opções. **Revista Matemática Universitária**, n. 26/27, p. 67-121, 1999.

# ANEXOS

## A.1

### Teste ARCH e ADF para verificação de viabilidade

O teste ARCH de heterocedasticidade foi aplicado sobre todas as séries de retorno dos ativos afim de identificar a viabilidade dos modelos GARCH e EGARCH para os fins deste estudo.

O teste de presença de ARCH nos resíduos foi calculado com base na regressão dos resíduos quadrados em uma constante com  $n$  lags, com  $n$  variando de acordo com cada ação estudada. Para calcular os resíduos, foi proposto um modelo ARMA(1,1).

Os resultados apresentados apontam para a existência de efeito ARCH sobre os resíduos, tendo em vista que as estatísticas de teste dadas pelo *F-Version* e *LM-statistic* são significantes ao nível de 5%.

#### ARCH Test: RETURN\_USIM5

F-statistic	3.679091	Probability	0.000000
Obs*R-squared	13.397859	Probability	0.000000

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 15:52

Sample(adjusted): 1/12/2000 2/21/2014

Included observations: 3683 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000978	8.66E-05	11.29419	0.0000
RESID^2(-1)	0.010912	0.016489	0.661796	0.0000
RESID^2(-2)	0.016170	0.016482	0.981109	0.3266
RESID^2(-3)	0.003193	0.016484	0.193709	0.8464
RESID^2(-4)	0.006766	0.016482	0.410491	0.6815
RESID^2(-5)	0.021485	0.016480	1.303726	0.1924
R-squared	0.000923	Mean dependent var		0.001039
Adjusted R-squared	-0.000436	S.D. dependent var		0.004737
S.E. of regression	0.004738	Akaike info criterion		-7.864904
Sum squared resid	0.082533	Schwarz criterion		-7.854785
Log likelihood	14489.22	F-statistic		0.679091
Durbin-Watson stat	2.000328	Prob(F-statistic)		0.639290

ARCH Test: **RETURN\_ELET6**

F-statistic	2.409936	Probability	0.018441
Obs*R-squared	16.82900	Probability	0.018533

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 15:55

Sample(adjusted): 1/14/2000 2/21/2014

Included observations: 3681 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000766	7.96E-05	9.622349	0.0000
RESID^2(-1)	0.038202	0.016485	2.317457	0.0205
RESID^2(-2)	0.014590	0.016496	0.884464	0.3765
RESID^2(-3)	0.012725	0.016498	0.771329	0.4406
RESID^2(-4)	0.023341	0.016501	1.414509	0.1573
RESID^2(-5)	-0.001139	0.016506	-0.068996	0.9450
RESID^2(-6)	0.004836	0.016504	0.293044	0.7695
RESID^2(-7)	0.043859	0.016493	2.659246	0.0079
R-squared	0.004572	Mean dependent var	0.000887	
Adjusted R-squared	0.002675	S.D. dependent var	0.004309	
S.E. of regression	0.004303	Akaike info criterion	-8.056791	
Sum squared resid	0.068012	Schwarz criterion	-8.043292	
Log likelihood	14836.52	F-statistic	2.409936	
Durbin-Watson stat	2.002274	Prob(F-statistic)	0.018441	

ARCH Test: **RETURN\_ITSA4**

F-statistic	62.46674	Probability	0.000000
Obs*R-squared	535.3459	Probability	0.000000

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 15:57

Sample(adjusted): 1/19/2000 2/21/2014

Included observations: 3678 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000160	2.79E-05	5.731483	0.0000
RESID^2(-1)	0.028226	0.016522	1.708426	0.0876
RESID^2(-2)	0.163199	0.016466	9.911098	0.0000
RESID^2(-3)	0.049395	0.016617	2.972598	0.0030
RESID^2(-4)	0.043166	0.016488	2.617971	0.0089
RESID^2(-5)	0.033447	0.016476	2.030094	0.0424
RESID^2(-6)	0.058668	0.016476	3.560780	0.0004
RESID^2(-7)	0.134222	0.016489	8.140014	0.0000
RESID^2(-8)	0.090398	0.016617	5.440016	0.0000
RESID^2(-9)	0.085191	0.016466	5.173807	0.0000
RESID^2(-10)	0.008817	0.016517	0.533819	0.5935
R-squared	0.145554	Mean dependent var	0.000523	
Adjusted R-squared	0.143223	S.D. dependent var	0.001522	
S.E. of regression	0.001409	Akaike info criterion	-10.28853	
Sum squared resid	0.007283	Schwarz criterion	-10.26996	
Log likelihood	18931.61	F-statistic	62.46674	
Durbin-Watson stat	1.999969	Prob(F-statistic)	0.000000	

ARCH Test: **RETURN\_CMIG4**

F-statistic	3.137589	Probability	0.000000
Obs*R-squared	16.688937	Probability	0.000000

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 15:59

Sample(adjusted): 1/12/2000 2/21/2014

Included observations: 3683 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000745	8.95E-05	8.323841	0.0000
RESID^2(-1)	0.013186	0.016491	0.799585	0.0002
RESID^2(-2)	0.001463	0.016493	0.088677	0.6542
RESID^2(-3)	-0.001315	0.016493	-0.079717	0.9365
RESID^2(-4)	2.25E-05	0.016493	0.001367	0.9989
RESID^2(-5)	-0.002981	0.016492	-0.180787	0.8565
R-squared	0.000187	Mean dependent var		0.000753
Adjusted R-squared	-0.001172	S.D. dependent var		0.005167
S.E. of regression	0.005170	Akaike info criterion		-7.690183
Sum squared resid	0.098290	Schwarz criterion		-7.680064
Log likelihood	14167.47	F-statistic		0.137589
Durbin-Watson stat	1.999952	Prob(F-statistic)		0.983612

ARCH Test: **RETURN\_PETR4**

F-statistic	5.000392	Probability	0.001570
Obs*R-squared	21.003147	Probability	0.002809

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 16:02

Sample(adjusted): 1/17/2000 2/21/2014

Included observations: 3680 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001003	0.000281	3.565959	0.0004
RESID^2(-1)	-0.000257	0.016506	-0.015543	0.0000
RESID^2(-2)	0.000319	0.016506	0.019348	0.0235
RESID^2(-3)	-0.000221	0.016506	-0.013364	0.7542
RESID^2(-4)	-5.78E-05	0.016506	-0.003505	0.9972
RESID^2(-5)	0.000348	0.016506	0.021075	0.9832
RESID^2(-6)	-0.000146	0.016506	-0.008825	0.9930
RESID^2(-7)	-0.000374	0.016506	-0.022642	0.9819
RESID^2(-8)	-0.000595	0.016506	-0.036035	0.9713
R-squared	0.000001	Mean dependent var		0.001002
Adjusted R-squared	-0.002178	S.D. dependent var		0.016815
S.E. of regression	0.016834	Akaike info criterion		-5.328417
Sum squared resid	1.040273	Schwarz criterion		-5.313227
Log likelihood	9813.287	F-statistic		0.000392
Durbin-Watson stat	1.999839	Prob(F-statistic)		1.000000

ARCH Test: **RETURN\_VALE5**

F-statistic	6.059602	Probability	0.000041
Obs*R-squared	35.119296	Probability	0.000096

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 16:05

Sample(adjusted): 1/07/2000 2/21/2014

Included observations: 3686 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000761	0.000155	4.918919	0.0000
RESID^2(-1)	0.001332	0.016478	0.080858	0.0000
RESID^2(-2)	0.005529	0.016478	0.335547	0.4320
R-squared	0.000032	Mean dependent var		0.000766
Adjusted R-squared	-0.000511	S.D. dependent var		0.009325
S.E. of regression	0.009327	Akaike info criterion		-6.510967
Sum squared resid	0.320403	Schwarz criterion		-6.505911
Log likelihood	12002.71	F-statistic		0.059602
Durbin-Watson stat	2.000008	Prob(F-statistic)		0.942141

ARCH Test: **RETURN\_GGBR4**

F-statistic	4.101017	Probability	0.000067
Obs*R-squared	16.606865	Probability	0.000738

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 16:08

Sample(adjusted): 1/24/2001 2/21/2014

Included observations: 3413 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000834	0.000122	6.845240	0.0000
RESID^2(-1)	0.003648	0.017125	0.213041	0.0000
RESID^2(-2)	0.013418	0.017121	0.783731	0.0333
RESID^2(-3)	0.004867	0.017122	0.284279	0.7762
RESID^2(-4)	0.005850	0.017122	0.341655	0.7326
RESID^2(-5)	0.021481	0.017121	1.254652	0.2097
RESID^2(-6)	0.034417	0.017125	2.009794	0.0445
R-squared	0.001936	Mean dependent var		0.000910
Adjusted R-squared	0.000178	S.D. dependent var		0.006778
S.E. of regression	0.006778	Akaike info criterion		-7.148261
Sum squared resid	0.156470	Schwarz criterion		-7.135677
Log likelihood	12205.51	F-statistic		1.101017
Durbin-Watson stat	2.000555	Prob(F-statistic)		0.359067

Abaixo são ilustrados os resultados do teste ADF para identificação da presença de raiz unitária. Como pode ser observado, o resultado do teste não identificou que todas as séries de retorno das ações se comportam de maneira estacionária. Estes resultados reafirmam os achados de estudos anteriores que buscarem modelar os retornos de ativos financeiros através de modelos autorregressivos.

ADF Test Statistic	-28.11782	1% Critical Value*	-3.4352
		5% Critical Value	-2.8628
		10% Critical Value	-2.5675

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_USIM5)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 12:58

Sample(adjusted): 1/11/2000 2/21/2014

Included observations: 3684 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RETURN_USIM5(-1)	-1.001216	0.035608	-28.11782	0.0000
D(RETURN_USIM5(-1))	0.078286	0.031697	2.469801	0.0136
D(RETURN_USIM5(-2))	0.050631	0.027223	1.859872	0.0630
D(RETURN_USIM5(-3))	0.004696	0.022359	0.210050	0.8336
D(RETURN_USIM5(-4))	0.011436	0.016462	0.694728	0.4873
C	0.000314	0.000531	0.590623	0.5548
R-squared	0.464183	Mean dependent var	-7.57E-06	
Adjusted R-squared	0.463455	S.D. dependent var	0.044001	
S.E. of regression	0.032230	Akaike info criterion	-4.030184	
Sum squared resid	3.820708	Schwarz criterion	-4.020067	
Log likelihood	7429.599	F-statistic	637.2577	
Durbin-Watson stat	1.994742	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF Test Statistic	-26.12877	1% Critical Value*	-3.4352
		5% Critical Value	-2.8628
		10% Critical Value	-2.5675

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_ELET6)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 13:00

Sample(adjusted): 1/12/2000 2/21/2014

Included observations: 3683 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RETURN_ELET6(-1)	-1.051314	0.040236	-26.12877	0.0000
D(RETURN_ELET6(-1))	0.073366	0.036495	2.010274	0.0445
D(RETURN_ELET6(-2))	0.078969	0.032546	2.426352	0.0153
D(RETURN_ELET6(-3))	0.062650	0.028203	2.221391	0.0264
D(RETURN_ELET6(-4))	0.043491	0.023162	1.877673	0.0605
D(RETURN_ELET6(-5))	0.020749	0.016523	1.255805	0.2093
C	-6.25E-07	0.000491	-0.001274	0.9990
R-squared	0.489129	Mean dependent var	2.43E-05	
Adjusted R-squared	0.488295	S.D. dependent var	0.041617	
S.E. of regression	0.029770	Akaike info criterion	-4.188737	
Sum squared resid	3.257850	Schwarz criterion	-4.176931	
Log likelihood	7720.559	F-statistic	586.5924	
Durbin-Watson stat	2.000350	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF Test Statistic	-29.33817	1% Critical Value*	-3.4352
		5% Critical Value	-2.8628
		10% Critical Value	-2.5675

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_ITSA4)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 13:03

Sample(adjusted): 1/11/2000 2/21/2014

Included observations: 3684 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RETURN_ITSA4(-1)	-1.106264	0.037707	-29.33817	0.0000
D(RETURN_ITSA4(-1))	0.127915	0.033432	3.826155	0.0001
D(RETURN_ITSA4(-2))	0.092524	0.028477	3.249130	0.0012
D(RETURN_ITSA4(-3))	0.037759	0.023069	1.636752	0.1018
D(RETURN_ITSA4(-4))	0.044956	0.016459	2.731444	0.0063
C	0.000783	0.000377	2.077016	0.0379
R-squared	0.491702	Mean dependent var	6.21E-06	
Adjusted R-squared	0.491011	S.D. dependent var	0.031980	
S.E. of regression	0.022816	Akaike info criterion	-4.721107	
Sum squared resid	1.914608	Schwarz criterion	-4.710990	
Log likelihood	8702.279	F-statistic	711.5831	
Durbin-Watson stat	2.001759	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF Test Statistic	-29.68332	1% Critical Value*	-3.4352
		5% Critical Value	-2.8628
		10% Critical Value	-2.5675

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_CMIG4)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 13:16

Sample(adjusted): 1/11/2000 2/21/2014

Included observations: 3684 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RETURN_CMIG4(-1)	-1.160465	0.039095	-29.68332	0.0000
D(RETURN_CMIG4(-1))	0.147687	0.034329	4.302102	0.0000
D(RETURN_CMIG4(-2))	0.107027	0.029142	3.672630	0.0002
D(RETURN_CMIG4(-3))	0.050766	0.023456	2.164345	0.0305
D(RETURN_CMIG4(-4))	0.013768	0.016485	0.835181	0.4037
C	0.000151	0.000452	0.334576	0.7380
R-squared	0.506690	Mean dependent var	2.16E-05	
Adjusted R-squared	0.506020	S.D. dependent var	0.039047	
S.E. of regression	0.027444	Akaike info criterion	-4.351746	
Sum squared resid	2.770073	Schwarz criterion	-4.341630	
Log likelihood	8021.917	F-statistic	755.5525	
Durbin-Watson stat	1.999811	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF Test Statistic	-28.49246	1% Critical Value*	-3.4352
		5% Critical Value	-2.8628
		10% Critical Value	-2.5675

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_PETR4)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 13:18

Sample(adjusted): 1/11/2000 2/21/2014

Included observations: 3684 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RETURN_PETR4(-1)	-1.077294	0.037810	-28.49246	0.0000
D(RETURN_PETR4(-1))	0.095343	0.033515	2.844836	0.0045
D(RETURN_PETR4(-2))	0.058928	0.028616	2.059281	0.0395
D(RETURN_PETR4(-3))	0.015670	0.023165	0.676432	0.4988
D(RETURN_PETR4(-4))	0.013452	0.016517	0.814460	0.4154
C	-5.51E-05	0.000521	-0.105738	0.9158
R-squared	0.491245	Mean dependent var	2.67E-05	
Adjusted R-squared	0.490554	S.D. dependent var	0.044309	
S.E. of regression	0.031626	Akaike info criterion	-4.068069	
Sum squared resid	3.678670	Schwarz criterion	-4.057952	
Log likelihood	7499.383	F-statistic	710.2830	
Durbin-Watson stat	1.996561	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF Test Statistic	-28.69762	1% Critical Value*	-3.4352
		5% Critical Value	-2.8628
		10% Critical Value	-2.5675

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_VALE5)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 13:56

Sample(adjusted): 1/11/2000 2/21/2014

Included observations: 3684 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RETURN_VALE5(-1)	-1.105198	0.038512	-28.69762	0.0000
D(RETURN_VALE5(-1))	0.104179	0.034065	3.058236	0.0022
D(RETURN_VALE5(-2))	0.065179	0.028884	2.256609	0.0241
D(RETURN_VALE5(-3))	0.002451	0.023303	0.105173	0.9162
D(RETURN_VALE5(-4))	0.009933	0.016468	0.603131	0.5465
C	0.000243	0.000455	0.533907	0.5934
R-squared	0.502953	Mean dependent var	-9.32E-06	
Adjusted R-squared	0.502277	S.D. dependent var	0.039147	
S.E. of regression	0.027618	Akaike info criterion	-4.339057	
Sum squared resid	2.805446	Schwarz criterion	-4.328941	
Log likelihood	7998.544	F-statistic	744.3411	
Durbin-Watson stat	1.997102	Prob(F-statistic)	0.000000	

ADF Test Statistic	-46.10744	1% Critical Value*	-3.9663
		5% Critical Value	-3.4138
		10% Critical Value	-3.1286

\*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

**Dependent Variable: D(RETURN\_GGBR4)**

Method: Least Squares

Date: 04/05/15 Time: 13:57

Sample(adjusted): 1/23/2001 2/21/2014

Included observations: 3414 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(RETURN_GGBR4(-1))	-3.428549	0.074360	-46.10744	0.0000
D(RETURN_GGBR4(-1),2)	1.646668	0.064648	25.47129	0.0000
D(RETURN_GGBR4(-2),2)	1.026839	0.050164	20.46952	0.0000
D(RETURN_GGBR4(-3),2)	0.534809	0.033641	15.89742	0.0000
D(RETURN_GGBR4(-4),2)	0.189220	0.016825	11.24638	0.0000
C	-2.28E-05	0.001255	-0.018140	0.9855
@TREND(1/03/2000)	1.14E-08	5.67E-07	0.020178	0.9839
R-squared	0.792946	Mean dependent var	2.08E-05	
Adjusted R-squared	0.792581	S.D. dependent var	0.071673	
S.E. of regression	0.032642	Akaike info criterion	-4.004385	
Sum squared resid	3.630162	Schwarz criterion	-3.991805	
Log likelihood	6842.485	F-statistic	2174.605	
Durbin-Watson stat	2.059762	Prob(F-statistic)	0.000000	

## A.2

### Teste para comparação dos modelos GARCH e EGARCH

Abaixo são ilustrados os resultados da comparação entre os modelos GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e EGARCH (*Exponential General Autoregressive Conditional Heteroskedastic*) para fins de identificação do melhor modelo a ser utilizados na projeção da volatilidade de longo prazo.

Como pode ser observado, tanto o modelo GARCH (1,1) quanto o modelo EGARCH apresentaram resultados de p-valor estatisticamente significativo para a maioria dos casos. As exceções são as ações da Petrobrás (PETR4) e da Gerdau (GGBR4) que apresentaram resultados que merecem destaque.

No caso da PETR4 foi verificado que o parâmetro GARCH do modelo GARCH (1,1) não apresentou resultado significativo. No entanto, quando aplicado o modelo EGARCH, todos os parâmetros passaram a ser significativos, motivando a utilização desse modelo para essa ação.

Já no caso da GGBR4, o modelo GARCH (1,1) apresentou resultado significativo, enquanto que o parâmetro de assimetria do modelo EGARCH não se mostra significativo ao nível de 10%.

Dependent Variable: **RETURN\_USIM5**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:17  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 28 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	0.000130	1.32E-05	9.916268	0.0000
ARCH(1)	0.066385	0.007021	9.455265	0.0000
GARCH(1)	0.811847	0.018674	43.47483	0.0000
R-squared	-0.000144	Mean dependent var		0.000389
Adjusted R-squared	-0.000687	S.D. dependent var		0.032436
S.E. of regression	0.032448	Akaike info criterion		-4.054628
Sum squared resid	3.880797	Schwarz criterion		-4.049575
Log likelihood	7481.761	Durbin-Watson stat		1.840558

Dependent Variable: **RETURN\_USIM5**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:20  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 33 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-0.205896	0.026414	-7.794833	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.039142	0.003486	11.22841	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.043522	0.004778	-9.108083	0.0000
EGARCH(1)	0.974242	0.003581	272.0540	0.0000
R-squared	-0.000144	Mean dependent var		0.000389
Adjusted R-squared	-0.000958	S.D. dependent var		0.032436
S.E. of regression	0.032452	Akaike info criterion		-4.065604
Sum squared resid	3.880797	Schwarz criterion		-4.058867
Log likelihood	7503.007	Durbin-Watson stat		1.840558

Dependent Variable: **RETURN\_ELET6**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:24  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 20 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	2.46E-05	2.85E-06	8.651218	0.0000
ARCH(1)	0.120642	0.003678	32.80551	0.0000
GARCH(1)	0.866583	0.006112	141.7899	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-2.02E-06
Adjusted R-squared	-0.000543	S.D. dependent var		0.029788
S.E. of regression	0.029797	Akaike info criterion		-4.308687
Sum squared resid	3.272559	Schwarz criterion		-4.303634
Log likelihood	7950.373	Durbin-Watson stat		1.954070

Dependent Variable: **RETURN\_ELET6**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:27  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 39 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-0.381787	0.028611	-13.34390	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.187385	0.007316	25.61216	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.061318	0.004606	-13.31201	0.0000
EGARCH(1)	0.965888	0.003707	260.5408	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-2.02E-06
Adjusted R-squared	-0.000814	S.D. dependent var		0.029788
S.E. of regression	0.029801	Akaike info criterion		-4.322766
Sum squared resid	3.272559	Schwarz criterion		-4.316029
Log likelihood	7977.341	Durbin-Watson stat		1.954070

Dependent Variable: **RETURN\_ITS4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:31  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 11 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.14E-05	1.96E-06	5.781353	0.0000
ARCH(1)	0.067545	0.005439	12.41892	0.0000
GARCH(1)	0.909629	0.007638	119.0890	0.0000
R-squared	-0.001009	Mean dependent var		0.000728
Adjusted R-squared	-0.001552	S.D. dependent var		0.022910
S.E. of regression	0.022928	Akaike info criterion		-4.889666
Sum squared resid	1.937707	Schwarz criterion		-4.884613
Log likelihood	9021.989	Durbin-Watson stat		1.953898

Dependent Variable: **RETURN\_ITS4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:32  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 20 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-0.286089	0.032452	-8.815830	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.129982	0.011729	11.08214	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.070826	0.006693	-10.58143	0.0000
EGARCH(1)	0.975738	0.003747	260.3966	0.0000
R-squared	-0.001009	Mean dependent var		0.000728
Adjusted R-squared	-0.001824	S.D. dependent var		0.022910
S.E. of regression	0.022931	Akaike info criterion		-4.910127
Sum squared resid	1.937707	Schwarz criterion		-4.903390
Log likelihood	9060.729	Durbin-Watson stat		1.953898

Dependent Variable: **RETURN\_CMIG4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:34  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 15 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	0.000345	1.43E-05	24.14264	0.0000
ARCH(1)	0.317926	0.006125	51.90397	0.0000
GARCH(1)	0.302406	0.018924	15.97979	0.0000
R-squared	-0.000016	Mean dependent var		0.000110
Adjusted R-squared	-0.000559	S.D. dependent var		0.027520
S.E. of regression	0.027528	Akaike info criterion		-4.397330
Sum squared resid	2.793186	Schwarz criterion		-4.392278
Log likelihood	8113.876	Durbin-Watson stat		2.012506

Dependent Variable: **RETURN\_CMIG4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:35  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 25 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-2.467412	0.128725	-19.16805	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.400986	0.010373	38.65849	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	0.138320	0.006954	19.89187	0.0000
EGARCH(1)	0.698184	0.017407	40.10921	0.0000
R-squared	-0.000016	Mean dependent var		0.000110
Adjusted R-squared	-0.000830	S.D. dependent var		0.027520
S.E. of regression	0.027532	Akaike info criterion		-4.411197
Sum squared resid	2.793186	Schwarz criterion		-4.404460
Log likelihood	8140.453	Durbin-Watson stat		2.012506

Dependent Variable: **RETURN\_PETR4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:38  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 21 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	0.001732	0.003789	0.457115	0.6476
ARCH(1)	-0.002019	0.000167	-12.11451	0.0000
GARCH(1)	-0.057684	2.314314	-0.024925	0.9801
R-squared	-0.000004	Mean dependent var		-6.06E-05
Adjusted R-squared	-0.000546	S.D. dependent var		0.031659
S.E. of regression	0.031667	Akaike info criterion		-3.964952
Sum squared resid	3.696382	Schwarz criterion		-3.959899
Log likelihood	7316.353	Durbin-Watson stat		1.957037

Dependent Variable: **RETURN\_PETR4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:37  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 97 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-0.097129	0.002884	-33.68293	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.104715	0.006848	15.29047	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	0.121266	0.002728	44.45790	0.0000
EGARCH(1)	0.995297	0.000752	1323.909	0.0000
R-squared	-0.000004	Mean dependent var		-6.06E-05
Adjusted R-squared	-0.000818	S.D. dependent var		0.031659
S.E. of regression	0.031672	Akaike info criterion		-4.245044
Sum squared resid	3.696382	Schwarz criterion		-4.238307
Log likelihood	7833.984	Durbin-Watson stat		1.957037

Dependent Variable: **RETURN\_VALE5**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:40  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 72 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	6.26E-05	3.27E-06	19.12420	0.0000
ARCH(1)	0.454042	0.016786	27.04844	0.0000
GARCH(1)	0.658920	0.007178	91.80224	0.0000
R-squared	-0.000074	Mean dependent var		0.000239
Adjusted R-squared	-0.000617	S.D. dependent var		0.027726
S.E. of regression	0.027735	Akaike info criterion		-4.438906
Sum squared resid	2.835314	Schwarz criterion		-4.433853
Log likelihood	8190.562	Durbin-Watson stat		1.995701

Dependent Variable: **RETURN\_VALE5**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:42  
 Sample(adjusted): 1/04/2000 2/21/2014  
 Included observations: 3689 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 174 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-1.086090	0.026713	-40.65719	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.433251	0.019324	22.42061	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	0.066983	0.001726	38.79928	0.0000
EGARCH(1)	0.889467	0.003336	266.6251	0.0000
R-squared	-0.000074	Mean dependent var		0.000239
Adjusted R-squared	-0.000888	S.D. dependent var		0.027726
S.E. of regression	0.027738	Akaike info criterion		-4.463746
Sum squared resid	2.835314	Schwarz criterion		-4.457009
Log likelihood	8237.380	Durbin-Watson stat		1.995701

Dependent Variable: **RETURN\_GGBR4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:43  
 Sample(adjusted): 1/15/2001 2/21/2014  
 Included observations: 3420 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 39 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	5.06E-05	5.58E-06	9.060373	0.0000
ARCH(1)	0.121592	0.009966	12.20055	0.0000
GARCH(1)	0.848736	0.013121	64.68575	0.0000
R-squared	-0.000112	Mean dependent var		0.000320
Adjusted R-squared	-0.000698	S.D. dependent var		0.030197
S.E. of regression	0.030207	Akaike info criterion		-4.242871
Sum squared resid	3.117938	Schwarz criterion		-4.237487
Log likelihood	7258.309	Durbin-Watson stat		1.908974

Dependent Variable: **RETURN\_GGBR4**  
 Method: ML - ARCH (Marquardt)  
 Date: 02/01/15 Time: 11:44  
 Sample(adjusted): 1/15/2001 2/21/2014  
 Included observations: 3420 after adjusting endpoints  
 Convergence achieved after 66 iterations  
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	-0.102018	0.015382	-6.632142	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.073430	0.007026	10.45050	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	-0.000928	0.001492	-0.621838	0.5340
EGARCH(1)	0.992761	0.001567	633.5891	0.0000
R-squared	-0.000112	Mean dependent var		0.000320
Adjusted R-squared	-0.000991	S.D. dependent var		0.030197
S.E. of regression	0.030212	Akaike info criterion		-4.268070
Sum squared resid	3.117938	Schwarz criterion		-4.260892
Log likelihood	7302.400	Durbin-Watson stat		1.908974