



Marcelo Diego Reis Ribeiro

**Estudo de razão de sabor dos fluxos de
neutrinos astrofísicos de altas energias**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Física do Departamento de Física da PUC-Rio

Orientador: Prof. Hiroshi Nunokawa

Rio de Janeiro
dezembro de 2015



Marcelo Diego Reis Ribeiro

**Estudo de razão de sabor dos fluxos de
neutrinos astrofísicos de altas energias**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Física do Departamento de Física do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Hiroshi Nunokawa

Orientador

Departamento de Física — PUC-Rio

Prof. Hélio da Motta Filho

CBPF

Prof. Fábio Alex Pereira dos Santos

Departamento de Física-PUC-Rio

Prof. Thiago Mühlbeier

Departamento de Física-PUC-Rio

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 18 de dezembro de 2015

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Marcelo Diego Reis Ribeiro

Licenciado em Física pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, onde se dedicou a estudar Correções Relativísticas para a Radiação da Carga Acelerada.

Ficha Catalográfica

Ribeiro, Marcelo Diego Reis

Estudo de razão de sabor dos fluxos de neutrinos astrofísicos de altas energias / Marcelo Diego Reis Ribeiro; orientador: Hiroshi Nunokawa. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Física, 2015.

v., 79 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (Mestrado em Física) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Física.

Inclui referências bibliográficas.

1. Física – Tese. 2. Astrofísica dos Neutrinos. 3. Neutrinos de altas energias. 4. Oscilação de Neutrinos. 5. Fluxo de Sabor dos Neutrinos . 6. Detector IceCube. I. Nunokawa, Hiroshi. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Física. III. Título.

CDD: 510

Dedico esta obra ao meu avô
Laerte Reis

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, o criador de tudo, por todas as coisas que ele tem feito.

Aos meus professores, por terem me passado o conhecimento e graças a eles eu cheguei onde estou.

Ao professor Hiroshi Nunokawa, por ter me orientado nesta obra.

A Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, por ter me recebido, me oferecido ótimas condições de estudos, me dar a oportunidade de conhecer ótimos professores e fazer ótimas amizades.

Ao Alexander Argüello Quiroga, Thiago Mühlbeier e Fábio A. Pereira, pela paciência e auxílio ao longo do curso.

Ao Thiago Muhelbier pelo apoio em idiomas.

Ao Josue Molina e Melissa Cruz pelas instruções em programação.

Aos amigos da sala 606 por tornarem os dias mais pândegos.

A minha família por todo o amor e por tudo que eles fizeram por mim.

Ao amigo Gabriel Reis de Carvalho Gomes pelo auxílio na revisão textual dessa obra.

Aos meus amigos, pois, sem eles, nada sou. E, quando digo amigos, também refiro-me a todos já citados.

À CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro para este trabalho.

Resumo

Ribeiro, Marcelo Diego Reis; Nunokawa, Hiroshi. **Estudo de razão de sabor dos fluxos de neutrinos astrofísicos de altas energias**. Rio de Janeiro, 2015. 79p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Embora sua detecção seja difícil, neutrinos são considerados como boa ferramenta na astrofísica para obtermos informações das Supernovas, Explosão de Raios Gama e do interior de objetos celestes como o Sol e Núcleos Ativos de Galáxias, porque não é possível explorá-los por meios ópticos. Por interagir muito fracamente com a matéria usual, neutrinos são capazes de percorrer grandes distâncias e atravessar astros e galáxias sem perder energia e, ao serem detectados na Terra, eles trazem informações sobre a fonte emissora, mecanismos de produção destes neutrinos energéticos e, nos permitem estudar as propriedades ainda não completamente conhecidas dos neutrinos, como massas e ângulos de misturas. Um excelente exemplo é o telescópio de neutrinos IceCube que, recentemente, registrou eventos de neutrinos de altas energias, na faixa de TeV e PeV, cujas origens são extragalácticas. Tal pioneirismo abre uma nova janela para estudarmos o Universo. Nessa dissertação, através do fenômeno de oscilação de neutrinos, estudaremos como ocorre a mudança dos sabores leptônicos dos fluxos dos neutrinos de altas energias de origem extragaláctica ao longo de seu caminho, desde a sua criação até a Terra. Analisaremos também o comportamento da razão de sabor dos fluxos de neutrinos em função da fase de violação CP e do ângulo de mistura de sabor leptônico entre segunda e terceira gerações.

Palavras-chave

Astrofísica dos Neutrinos ; Neutrinos de altas energias ; Oscilação de Neutrinos ; Fluxo de Sabor dos Neutrinos ; Detector IceCube.

Abstract

Ribeiro, Marcelo Diego Reis; Nunokawa, Hiroshi (advisor). **Study of Flavor Ratio of Fluxes of High Energy Astrophysical Neutrinos**. Rio de Janeiro, 2015. 79p. MSc. Dissertation — Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Despite that it is difficult to detect neutrinos, they are an interesting tool in astrophysics to obtain information about astronomical objects and events such as the Sun, Supernovae, Active Galactic Nuclei and Gamma Ray Bursts because it is impossible to explore them by optic ways. Due to their very weak interaction with ordinary matter, neutrinos are able to propagate very large distances and pass through stars and galaxies with no energy loss. By detecting neutrinos at Earth, we can get information about neutrino sources as well as the production mechanism and we are also able to study neutrino properties which are not well understood yet, such as mass hierarchy and mixing angles. A great example is a neutrino telescope called IceCube which recently recorded, for the first time, high energy neutrino events in the range of TeV and PeV whose source is extragalactic. These events have opened a new window to study the universe. In this dissertation we use neutrino oscillation to study how is the change in the leptonic flavors of high energy neutrino fluxes from their extragalactic sources to the Earth. We also analyse the flavor ratio behavior of neutrino fluxes as a function of CP -violating phase and the mixing angle between second and third generation.

Keywords

Astrophysics of Neutrinos ; High Energy Neutrinos ; Neutrinos Oscillation ; Flavor Flux of Neutrinos ; IceCube Detector.

Sumário

1	Introdução	14
2	Conceitos básicos sobre a física de neutrinos	16
2.1	A interação fraca	17
2.2	Postulando uma nova partícula	18
2.3	Enfim, sua descoberta	20
2.4	Propriedades básicas	21
3	O telescópio IceCube	24
3.1	Como ocorre a detecção	26
3.2	Neutrinos atmosféricos e raios cósmicos	31
4	Oscilação de neutrinos no Vácuo	34
4.1	Mistura de sabor	34
4.2	Oscilação entre dois sabores	35
4.3	Oscilando em três sabores	38
4.4	Probabilidades médias de oscilação	41
5	O fluxo de sabor dos neutrinos extragalácticos	45
5.1	A relação do fluxo de sabor na Terra com o fluxo na origem	45
5.2	A razão de sabores dos fluxos	47
6	Resultados	51
6.1	Probabilidades	51
6.2	Fluxo de sabor na Terra	58
6.3	Razões dos fluxos de sabores leptônicos	61
7	Conclusão	67
8	Apêndice	69
8.1	A radiação Cherenkov	69
8.2	Dilatação do tempo	70
8.3	Triângulo Ternário	71
8.4	Série de Taylor	72
8.5	Coordenadas e medidas astronômicas	73
	Referências Bibliográficas	75

Lista de figuras

2.1	Diagrama de Feynman que representa o decaimento beta.	18
2.2	Espectro contínuo do decaimento beta.	19
2.3	Esquema que representa a helicidade negativa $-\hat{h}$, em que o sentido do spin é contrário ao sentido do momento linear. E a helicidade positiva $+\hat{h}$, em que o sentido do spin está no mesmo sentido que o momento linear.	23
3.1	Gráfico dos fluxos de neutrinos em função de sua energia, os Módulos Ópticos Digitais do IceCube, são calibrados para detectar somente as energias na ordem entre TeV e PeV. Observe que, nesta ordem de grandeza, temos as fontes de neutrinos de origens das AGNs, os neutrinos atmosféricos e cosmogênicos.	25
3.2	Esquema do detector IceCube, informando o arranjo de seus cabos e módulos ópticos digitais e tamanho.	26
3.3	Simulação de um sinal de múon registrado no IceCube que permite traçar a direção de sua trajetória.	28
3.4	Evento de cascata, exemplo de um sinal de evento de cascata registrado no IceCube, na legenda contém a informação sobre sua energia, data do evento em Dias Julianos Modificados (MJD), ângulo de declinação, ângulo de ascensão reta RA e ângulo de resolução. Observando sua forma elipsoidal, vemos que a interação ocorreu na região vermelha e o maior raio indica a direção por onde passou a partícula. As imagens no topo da figura são do mesmo evento visto por outros ângulos.	29
3.5	Exemplo de um evento de trilha, o múon deixa um sinal como uma trilha por onde passou no detector.	31
3.6	Mapa celeste equatorial indicando as fontes de neutrinos astrofísicos para os respectivos eventos do IceCube.	32
3.7	Mapa celeste galáctico, onde no eixo horizontal principal está o plano da nossa galáxia.	32
3.8	Imagem esquemática dos chuveiros cósmicos.	33
4.1	Representação dos ângulos de mistura de neutrinos θ_{12} , θ_{23} , θ_{13} , seus auto-estados de massa ν_i e seus auto-estados de sabor ν_α .	39
5.1	Triângulo Ternário; para o estado de sabor detectado na Terra, para $\text{sen}^2\theta_{23}$ e $\delta = 0$	47
5.2	Razão para o decaimento β com os parâmetros sendo $\text{sen}^2(2\theta_{23}) = 1,0$, $\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0,83$ e $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0,05$.	49
5.3	Razão para o decaimento do π com absorção do μ , R^μ com os parâmetros sendo $\text{sen}^2(2\theta_{23}) = 1,0$, $\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0,83$ e $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0,05$.	49

- 5.4 Razão para o decaimento do π sem absorção do μ , R^π com os parâmetros sendo $\text{sen}^2(2\theta_{23}) = 1,0$, $\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0,83$ e $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0,05$. 50
- 6.1 Probabilidades médias de oscilação de neutrinos em função da fase da violação de CP δ em radianos, com os valores estimados para, $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 0,1$, $\text{sen}^2 2\theta_{12} = 0,83$ e $\text{sen}^2 2\theta_{23} = 1$. 52
- 6.2 Probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico em função do ângulo δ da fase de violação CP , para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal ON e para a ordem invertida OI , e também um suposto caso particular fixando o valor de $s_{23}^2 = 0,5$. 56
- 6.3 Probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico em função de $\text{sen}^2 \theta_{23}$, para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal ON e para a ordem invertida OI , e também no caso particular fixando o valor de $\delta = 0$. 57
- 6.4 Probabilidade média de conversão do neutrino eletrônico em neutrino muônico em função do ângulo δ da fase de violação CP , para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal ON e para a ordem invertida OI , e também um suposto caso particular fixando o valor de $s_{23}^2 = 0,5$. 57
- 6.5 Probabilidade média de conversão do neutrino do elétron em neutrino do múon em função de $\text{sen}^2 \theta_{23}$, para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal ON e para a ordem invertida OI , a linha negra para o caso em que $\delta = 0,0$. 58
- 6.6 Triângulo ternário para a taxa de sabor na Terra, para o nível de confiança de 3σ , variando $0,382 \leq \text{sen}^2 \theta_{23} \leq 0,643$, $0,00 \leq \delta \leq 2\pi$ e $0 \leq F_{\nu_e}^0 \leq 1$. 59
- 6.7 Triângulo ternário para a taxa de sabor na Terra, para o nível de confiança de 1σ do ordenamento normal, variando $0,424 \leq \text{sen}^2 \theta_{23} \leq 0,504$, $0,00 \leq \delta \leq 2\pi$. 59
- 6.8 Triângulo Ternário variando todos os ângulos de mistura de sabor leptônico θ_{ij} e o ângulo de fase δ , no ordenamento normal para os intervalos de confiança 3σ nas cores escuras e 1σ nas cores claras. 60
- 6.9 Triângulo Ternário variando os parâmetros $\text{sen}^2 \theta_{23}$ e δ no intervalo de nível de confiança de 1σ do ordenamento invertido da hierarquia de massa. 60
- 6.10 Triângulo Ternário da transição de sabor esperada para as três fontes discutidas, sendo: $(1/3, 2/3, 0) \rightarrow (0,31; 0,35; 0,34)$, normalizado, para o decaimento do pión; $(0,1,0) \rightarrow (0,19; 0,43; 0,38)$ para o decaimento do pión com absorção do múon; e, $(1,0,0) \rightarrow (0,55; 0,19; 0,26)$ para o decaimento beta. 61

- 6.11 Razão dos fluxos, originados de um decaimento de pions com a absorção de múon R^μ , em função da fase δ , variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ *ON* para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ *OI* para a ordem invertida da hierarquia de massa, e, também, para $\text{sen}^2\theta_{23} = 0,5$. 64
- 6.12 Razão dos fluxos do decaimento de pions com a absorção de múon R^μ , em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ *ON* para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ *OI* para a ordem invertida da hierarquia de massa, e um caso particular fixando $\delta = 0,0$. 64
- 6.13 Razão dos fluxos para o decaimento beta R^n , em função da fase δ , variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ *ON* para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ *OI* para a ordem invertida da hierarquia de massa, e, também, para $\text{sen}^2\theta_{23} = 0,5$. 65
- 6.14 Razão dos fluxos de um decaimento beta, R^n , em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ *ON* para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ *OI* para a ordem invertida da hierarquia de massa e caso particular fixando $\delta = 0,0$. 65
- 6.15 Razão para o decaimento do pión, estando presente também os neutrinos devido ao decaimento do múon R^π , em função da fase δ , variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ *ON* para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ *OI* para a ordem invertida da hierarquia de massa, e, também, para $\text{sen}^2\theta_{23} = 0,5$. 66
- 6.16 Razão de um decaimento de pions π ocorrendo também o decaimentos dos múons μ , R^n , em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ *ON* para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ *OI* para a ordem invertida da hierarquia de massa e caso particular fixando $\delta = 0,0$. 66
- 8.1 Esquema que representa o cone da radiação Cherenkov. 69
- 8.2 Um exemplo de dado plotado em um Triângulo Ternário, onde o segmento vermelho nos orienta ao estado A, o verde ao B e o azul o estado C. 72
- 8.3 Sistema de coordenada esférica celeste equatorial. 73
- 8.4 Sistema de coordenada esférica celeste galáctica. 74

Lista de tabelas

- | | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Tabela que apresenta as partículas elementares conhecidas, com informação sobre suas propriedades como: massa, carga e spin. | 17 |
| 5.1 | Tabela dos fluxos de sabores na fonte e na Terra. Nas linhas temos os fluxos de sabores leptônicos, sendo a primeira linha os fluxos na fonte e a segunda linha os fluxos na Terra. Nas colunas temos o tipo de decaimento ocorrido na fonte. | 46 |
| 6.1 | Parâmetros para a oscilação em três sabores de neutrinos. | 51 |

*O que sabemos é uma gota, o que ignoramos
um oceano.*

Isaac Newton, .

1

Introdução

Os neutrinos são léptons que não possuem carga, e têm massas muito menores que as dos léptons carregados. Por não serem carregados, diferentemente dos raios cósmicos, eles podem viajar sem serem defletidos por campos magnéticos. Além disso, eles interagem com a matéria ordinária, somente via interações fraca e gravitacional. Conseqüentemente, eles são capazes de atravessar uma galáxia sem serem absorvidos pelos seus corpos celestes. Devido a estas propriedades, os neutrinos astrofísicos nos oferecem vantagens para sondar o interior de um astro e obter informação sobre o mecanismo de produção dos neutrinos. Por outro lado, como sua interação é um fenômeno raro, é preciso de grande material equipado para detectar sua interação.

O telescópio IceCube, localizado na Antártica, é atualmente o maior detector de neutrinos do mundo e tem observado eventos de neutrinos de altas energias, na ordem entre TeV e PeV. Supõe-se que estes neutrinos são originados nos astros tais como Núcleos Ativos de Galáxias e Explosões de Raios Gama.

Os sabores leptônicos dos neutrinos astrofísicos que podemos observar na Terra, são diferentes dos emitidos em suas fontes. Um neutrino emitido em sua fonte com um determinado sabor leptônico (um neutrino do elétron, do múon ou do tau), sofre, ao longo de sua viagem, um fenômeno da mecânica quântica que pode mudar o seu sabor leptônico. Este fenômeno é conhecido como oscilação de neutrinos. Como não sabemos precisamente o quão distantes de nós estão as fontes esperadas, abordaremos neste trabalho as probabilidades médias de oscilação. Através da matriz de probabilidades médias, podemos relacionar os sabores dos fluxos emitidos na fonte com os observados na Terra.

O IceCube observa dois tipos de eventos diferentes, são eles: os de cascatas e de trilhas¹, e afim de eliminar as incertezas de medição dos sabores dos fluxos destes eventos; estudaremos a proporção de sabores dos fluxos, que é a razão dos fluxos dos eventos de trilhas pelos de cascatas. Esse estudo, além de

¹Serão abordados adiante nesta dissertação.

colaborar com a astrofísica, pode também explorar algumas das propriedades da física de neutrinos tais como sua hierarquia de massa, o ângulo da fase de violação de carga-paridade (CP), e o ângulo de mistura de sabor entre os neutrinos muônicos e tauônicos.

Como resultados, usando os parâmetros atualizados, apresentados em [1], são apresentados os sabores dos fluxos leptônicos em um gráfico de triângulo ternário, a probabilidade média de conversão do neutrino eletrônico em muônico e a de sobrevivência do neutrino muônico. Apresentamos também as proporções de sabores dos fluxos leptônicos em função da fase de violação CP e em função do ângulo de mistura entre a segunda e terceira gerações de neutrinos, para os 2 tipos de decaimentos que ocorrem nas fontes observadas, o decaimento beta e do pión, nos níveis de confiança de 3σ e 1σ para as ordens normal e invertida da hierarquia de massa.

2

Conceitos básicos sobre a física de neutrinos

Uma partícula elementar ou partícula fundamental é uma partícula que não possui nenhuma subestrutura, ou seja, não é formada por nenhuma outra partícula.

Toda matéria é formada por átomos, e estes, por elétrons, prótons e nêutrons. Os elétrons são partículas elementares classificadas como léptons, assim como os múons e os taus, que contêm a mesma carga do elétron, e os neutrinos correspondentes, mas estes não possuem carga. No núcleo dos átomos estão os prótons e os nêutrons, (também chamados de nucleons, por situarem-se no núcleo atômico), classificados como hádrons, que são partículas compostas por quarks por meio da interação forte. Dentre os hádrons estão os bárions e os mésons. Os bárions são formados por três partículas elementares, classificadas como quarks, sendo dois quarks up (u) e um quark down (d) para o próton (uud), e um quark u e dois quarks d para o nêutron (udd). Os mésons, por sua vez, são compostos por apenas um par de quark-antiquark, como, por exemplo, os píons carregados π^+ , π^- e o pión neutro π^0 , que são constituídos pelos pares de quarks¹, respectivamente $u\bar{d}$, $d\bar{u}$ no caso dos píons carregados. E $u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$ para o pión neutro [2,3]. A tabela 2.1 [4] apresenta as partículas elementares conhecidas.

As partículas elementares, são classificadas entre os bósons e os férmions. Entre os férmions estão os quarks e os léptons. Os quarks possuem uma fração ($2/3$ ou $-1/3$) da carga elementar² (e), e por sua vez, não podem estar livres na natureza, precisam estar juntos com outros quarks para formar uma carga elementar. Já os léptons, podem estar livres na natureza, possuem ou uma carga elementar, como no caso do elétron, do múon e do tau, ou não possuem cargas para o caso dos neutrinos.

As partículas elementares interagem entre elas por intermédio das interações: fraca, eletromagnética, forte e gravitacional. Os neutrinos, que são os objetos principais desta dissertação, são léptons, assim como os elétrons,

¹Onde a barra sobre a partícula indica que ela é uma anti-partícula.

²A carga elementar é dada por $|e| = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$.

os múons e os taus. Porém, os neutrinos não possuem carga, suas massas são muito pequenas e somente interagem com a matéria por intermédio da interação fraca³.

Férmions			
Léptons (spin 1/2)			
Geração	Sabor	Carga (e)	Massa (MeV/c^2)
Primeira	e (elétron)	-1	0,511
	ν_e (neutrino eletrônico)	0	
Segunda	μ (múon)	-1	105,7
	ν_μ (neutrino muônico)	0	
Terceira	τ (tau)	-1	1776,99
	ν_τ (neutrino tauônico)	0	
Quarks (spin 1/2)			
Geração	Sabor	Carga (e)	Massa (MeV/c^2)
Primeira	u (up)	2/3	$2,3^{+0,7}_{-0,5}$
	d (down)	-1/3	$4,8^{+0,5}_{-0,3}$
Segunda	c (charm)	2/3	1275 ± 25
	s (strange)	-1/3	95 ± 5
Terceira	t (top)	2/3	173210 ± 710
	b (bottom)	-1/3	4660 ± 30
Bósons Mediadores (spin 1)			
Força	Bóson	Carga (e)	Massa (GeV/c^2)
Fraca	W^\pm	± 1	$\sim 80,385 \pm 0,016$
	Z^0	0	$\sim 91,19 \pm 0,003$
Eletrromagnética	γ (fóton)	0	0
Forte	g (glúon)	0	0
Bóson de Higgs (spin 0)			
Bóson	Carga (e)	Massa (GeV/c^2)	
H^0	0	$\sim 125,7 \pm 0,4$	

Tabela 2.1: Tabela que apresenta as partículas elementares conhecidas, com informação sobre suas propriedades como: massa, carga e spin.

2.1

A interação fraca

A interação fraca, que é capaz de alterar os quarks e também violar a simetria de carga-paridade, é intermediada pelos bósons Z^0 , W^+ e W^- .

Existem dois tipos de interação fraca: a de corrente neutra, que acontece por intermédio do bóson neutro Z^0 e a de corrente carregada, que ocorre pelo bóson intermediador carregado W^+ ou W^- . No decaimento beta, por exemplo; $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, ou seja, $udd \rightarrow udu + e^- + \bar{\nu}_e$, observando suas cargas na tabela 2.1 [2], vemos que o quark u possui carga de 2/3 da carga elementar e

³Também gravitacional mas abordaremos neste trabalho somente a interação fraca.

o d tem $-1/3$ de carga elementar e . Observando o processo da esquerda para a direita, um quark d , para se tornar um quark u , perde uma carga elementar, esta carga é transportada pelo bóson W^- que logo decai em um elétron (e^-) e um anti-neutrino eletrônico ($\bar{\nu}_e$), observe que o número de léptons, assim como o número de bárions e a carga, devem se conservar, sendo 1 para o lépton, assim como o elétron, e -1 para o anti-lépton, no caso do anti-neutrino, e é claro, a energia, o momento e o número de spin também devem ser conservados. A figura 2.1 [5] mostra um diagrama de Feynman que representa este processo para esta interação fraca [2,3].

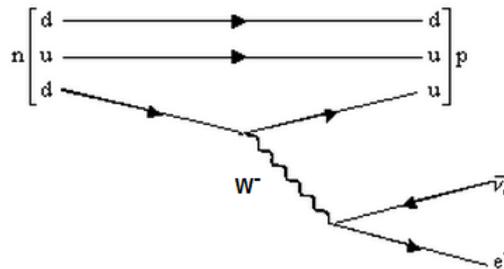


Figura 2.1: Diagrama de Feynman que representa o decaimento beta.

2.2

Postulando uma nova partícula

Em 1911, a física nuclear Lise Meitner e o químico Otto Hahn, estudando o decaimento beta, observaram que uma reação⁴ no núcleo atômico, estava irradiando partículas beta⁵, β^- , como mostrado na equação 2-1:



e a energia da partícula β^- deveria ser um espectro discreto, obtido pelas leis de conservação de energia e momento, sendo;

$$E_{\beta^-} = \frac{(\Delta M^2 + m_{\beta^-}^2)c^2}{2M_i} = cte, \quad (2-2)$$

onde $\Delta M^2 = M_i^2 - M_f^2$ é a variação de massa do núcleo atômico após a reação, M_i é a massa inicial do átomo antes da reação e m_{β^-} a massa da partícula β^- .

Em 1914 Chadwick observou experimentalmente o espectro do decaimento beta e teve um resultado semelhante ao da figura 2.2 [6].

Os resultados observados estavam em contradição com as leis de conservação de energia e momentum, pois em vez de uma energia constante

⁴O nêutron, que ainda não era conhecido na época, se torna um próton, como ilustrado na figura 2.1.

⁵Atualmente também conhecida como elétron e^- .

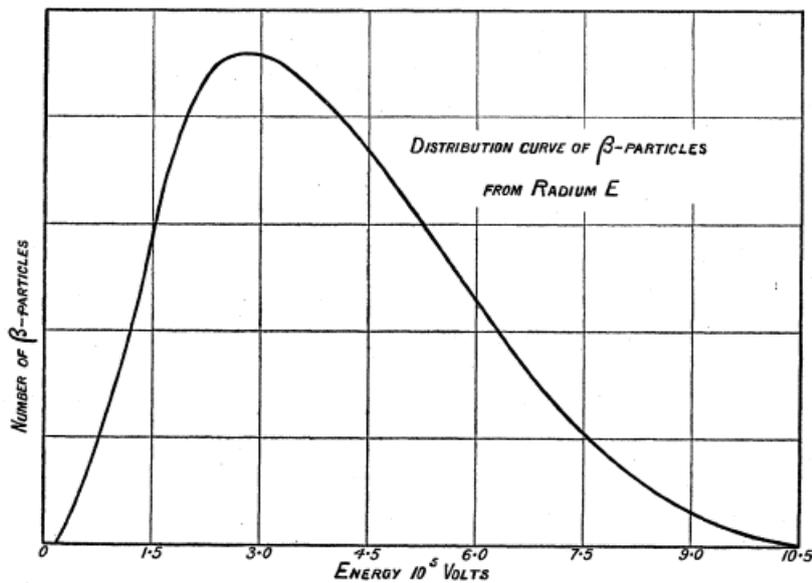


Figura 2.2: Espectro contínuo do decaimento beta.

E_{β^-} obtido pela equação (2-2), como era o esperado, estavam obtendo energia menor que E_{β^-} . Essa assume somente o valor máximo da energia no espectro contínuo do decaimento beta.

Atualmente percebemos que na equação (2-1), que formalizava o resultado obtido no decaimento β , não somente a conservação de energia e momento linear estavam em contradição, mas também o número leptônico e o momento angular total não estavam sendo conservados.

Niels Bohr estava prestes a descartar a lei de conservação de energia, mas em 1930, a fim de interpretar este fenômeno com a permanência dos princípios de conservação, Wolfgang Pauli sugeriu a existência de uma partícula indetectável, sem carga e com massa infinitesimalmente pequena, mas com energia e momentum, que estava ausente no espectro β , de modo a manter a conservação de energia. Sendo assim, a equação (2-1) ficaria:



Pauli chamou sua partícula postulada de nêutron, por ser nêutra quanto a carga elétrica, mas Chadwick teve a mesma idéia para batizar o nêutron. Mais tarde, Enrico Fermi renomeou a partícula postulada por Pauli de neutrino, que significa pequeno nêutron em italiano, pelo fato de ser uma minúscula partícula neutra. E reformalizou o decaimento beta incluindo o neutrino⁶ [2, 7, 8].



⁶Que neste caso é o anti-neutrino eletrônico.

2.3

Enfim, sua descoberta

Após 26 anos de Wolfgang Pauli dizer “Eu fiz uma coisa terrível, postulei uma partícula que não pode ser detectada!”. Sua partícula postulada finalmente foi detectada pelos físicos Fredreick Reines e Layde L. Cowan, em 1956 próximo ao rio Savannah, no Estados Unidos. Um ano antes, no reator nuclear Hanford, próximo ao rio Columbia, no estado de Washington, eles tentaram detectar os neutrinos eletrônicos provenientes do decaimento β inverso em que os neutrinos interagiriam com os prótons em um tanque contendo água e tubos fotomultiplicadores próximo a um reator e, então, a interação criaria nêutrons e pósitrons como mostrados na equação (2-5);



Os pósitrons interagiriam com os elétrons por meio da interação eletromagnética e emitiriam raios γ , que seriam detectados pelas fotomultiplicadores. Reines e Cowan esperavam um fluxo de neutrinos entre 10^{12} a 10^{13} neutrinos por segundo por centímetro quadrado, mas não foi detectado o sinal esperado. Então, eles adicionaram cloreto de cádmio dissolvido na água como cintilizador⁷. Dessa forma, detectaram sinal nos fotomultiplicadores, mas eles também estavam detectando interferência de sinal das partículas dos chuveiros atmosféricos, e não estava havendo mudança significativa da radiação detectada pelos fotomultiplicadores ao desligar o reator. Então eles moveram seus equipamentos para próximo do reator nuclear Savannah River na Carolina do Sul, refizeram o experimento colocando o tanque enterrado a uma profundidade de 12 metros do solo, afim de proteger o tanque de outras partículas que causam interferência no detector, e 11 metros distante do reator. Após isso, durante meses coletando dados eles estavam detectando uma taxa de três neutrinos por hora em seu detector. Publicaram os seus resultados em 1956 [9], e em 1995 o experimento recebeu o prêmio Nobel. No entanto, infelizmente, Cowan já falecera.

Além da descoberta do neutrino eletrônico, mais tarde, em 1962, o neutrino do múon, foi descoberto por Leon M. Lederman, Melvin Schwartz e Jack Steinberger [10]. Ademais, contamos com o neutrino correspondente ao lépton da terceira geração de férmions, o neutrino do tau. O último lépton descoberto em 2000 pelo experimento DONUT no Fermilab [11]. Portanto, temos três diferentes estados de sabores leptônicos de neutrinos conhecidos.

⁷Para acrescer a densidade de prótons, aumentando a chance de haver uma interação com os neutrinos.

2.4

Propriedades básicas

Os neutrinos possuem carga nula, suas massas são menores que $2,2 \text{ eV}/c^2$ [4,12] e têm spin $1/2$, mas ainda existem outras propriedades, tais como quiralidade, helicidade. Aqui falaremos um pouco sobre elas.

2.4.1

Quiralidade

A palavra quiralidade vem do grego “ $\chi\epsilon\iota\rho$ ”, pronuncia-se “*Kheir*”, que significa “mão”. Dizemos que uma partícula é quiral quando ela é diferente de sua imagem especular (sua imagem no espelho) e aquiral quando ela pode ser sobreposta à sua imagem especular. Este conceito está relacionado com a rotação da partícula e é definida pela matriz de quiralidade γ^5 como o produto das matrizes de Dirac:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad (2-6)$$

onde as matrizes de Dirac são definidas pelos espinores de Pauli

$$\gamma^0 \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (2-7)$$

$$\gamma^i \equiv \begin{bmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{bmatrix}, \quad (2-8)$$

onde $i = 1, 2, 3$, e as matrizes de Pauli são definidas como:

$$\sigma_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2-9)$$

$$\sigma_2 \equiv \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad (2-10)$$

$$\sigma_3 \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2-11)$$

A matriz de quiralidade γ^5 é hermitiana, ou seja $(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$ e anti-comuta com qualquer matriz de Dirac,

$$\{\gamma^i, \gamma^5\} = \gamma^i\gamma^5 + \gamma^5\gamma^i = 0. \quad (2-12)$$

Definimos o operador de projeção direita P_R e de projeção esquerda P_L em função da matriz de quiralidade como:

$$P_L^R \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5). \quad (2-13)$$

Os operadores de projeção satisfazem as propriedades:

$$P_L + P_R = \mathbf{1}, \quad (2-14)$$

$$[P_L, P_R] = 0, \quad (2-15)$$

$$(P_L)^\dagger = P_L \quad \therefore \quad (P_R)^\dagger = P_R. \quad (2-16)$$

Assim, definimos a quiralidade esquerda,(ou mão esquerda), como:

$$\Psi_L \equiv P_L \Psi = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\Psi, \quad (2-17)$$

e a quiralidade direita como:

$$\Psi_R \equiv P_R \Psi = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\Psi, \quad (2-18)$$

logo,

$$\Psi = (P_L + P_R)\Psi = \Psi_L + \Psi_R. \quad (2-19)$$

2.4.2 Helicidade

Definimos o operador helicidade como:

$$\hat{h} \equiv \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{p}, \quad (2-20)$$

onde \vec{p} é o momento linear e $\vec{\Sigma}$ é definido como a matriz diagonal formada pelos espinores de Pauli;

$$\vec{\Sigma} \equiv \begin{bmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{bmatrix}, \quad (2-21)$$

onde $\vec{p} = p_x \hat{i} + p_y \hat{j} + p_z \hat{k}$ e $\vec{\sigma} = \sigma_1 \hat{i} + \sigma_2 \hat{j} + \sigma_3 \hat{k}$, logo,

$$\frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{p} \Psi_R = +\Psi_R, \quad (2-22)$$

$$\frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{p} \Psi_L = -\Psi_L. \quad (2-23)$$

Os neutrinos possuem helicidade negativa e quiralidade esquerda $-\Psi_L$, enquanto os anti-neutrinos têm helicidade positiva e são de mão direita Ψ_R . A

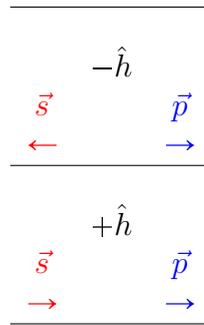


Figura 2.3: Esquema que representa a helicidade negativa $-\hat{h}$, em que o sentido do spin é contrário ao sentido do momento linear. E a helicidade positiva $+\hat{h}$, em que o sentido do spin está no mesmo sentido que o momento linear.

helicidade também pode ser definida como o produto escalar do spin \vec{s} com o vetor unitário do momento linear

$$\hat{h} = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad (2-24)$$

onde $\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$ e lembrando que, no caso ultra relativístico $\hbar = 1$, então $\hat{h} = \pm 1/2$, isto significa que uma partícula de helicidade negativa possui o sentido do spin contrário ao de seu movimento como mostrado na figura 2.3 [8, 13, 14].

3

O telescópio IceCube

O chamado telescópio¹ IceCube é um detector de neutrinos, situado na Antártica, próximo a Estação Polo Sul Amundsen-Scott. Seus eventos são de detecção de neutrinos de altas energias (da ordem de um petaelétron Volts (PeV)). Para esta magnitude de energia, os neutrinos devem ser de fontes extragalácticas, que acredita-se ser das Explosões de Raios Gama² (GRBs) e Núcleos Ativos de Galáxias³ (AGNs).

A figura 3.1 [15] nos mostra a escala de energia para as diversas fontes de neutrinos. Os sensores de luz chamados Módulos Ópticos Digitais⁴ (DOMs) do detector IceCube, são calibrados para detectar a luz emitida pelas partículas produzidas devido a interação dos neutrinos que podem ser originados dos Núcleos Ativos de Galáxias, dos neutrinos atmosféricos e os cosmogênicos⁵, que possuem energias entre TeV e EeV [17,18]. Há também um sub-detector chamado Deepcore que possui um arranjo mais denso de DOMs proporcionando maior sensibilidade para capturar energias menores da ordem de GeV.

A colaboração IceCube iniciou em 1999, em um projeto da Universidade americana de Wisconsin-Madison, em conjunto com 45 institutos de 12 países, que foi finalmente completado em 2010 com seu último cabo instalado, e atualmente é o maior detector de neutrinos do mundo, que possui uma profundidade de, aproximadamente, 2,5 km da superfície⁶ [19].

O detector é constituído por 86 cabos verticais enterrados no gelo, a uma distância de 125 metros um do outro, organizados em vértices de triângulos equiláteros, formando um prisma de base hexagonal com profundidade de 2450 m, equipado com os DOMs a partir dos 1450 metros de distância da superfície, a

¹Pois obtém informações astronômicas através dos neutrinos.

²GRBs do inglês Gamma Ray Bursts

³AGNs do inglês Active Galactic Nuclei

⁴Em inglês Digital Optical Modules

⁵São os neutrinos astrofísicos ultra energéticos também chamados de neutrinos GZK [16]

⁶Uma medida que é maior que a soma das alturas das quatro maiores torres do mundo, são elas, o Burj Khalifa em Dubai com 828 m, o CN Tower de Toronto com os seus 553m de altura, o edifício americano Willis Tower em Chicago que possui 527 m e as torres gêmeas Petronas Towers 1 e 2 em Kuala Lumpur na Malásia que tem 453 m.

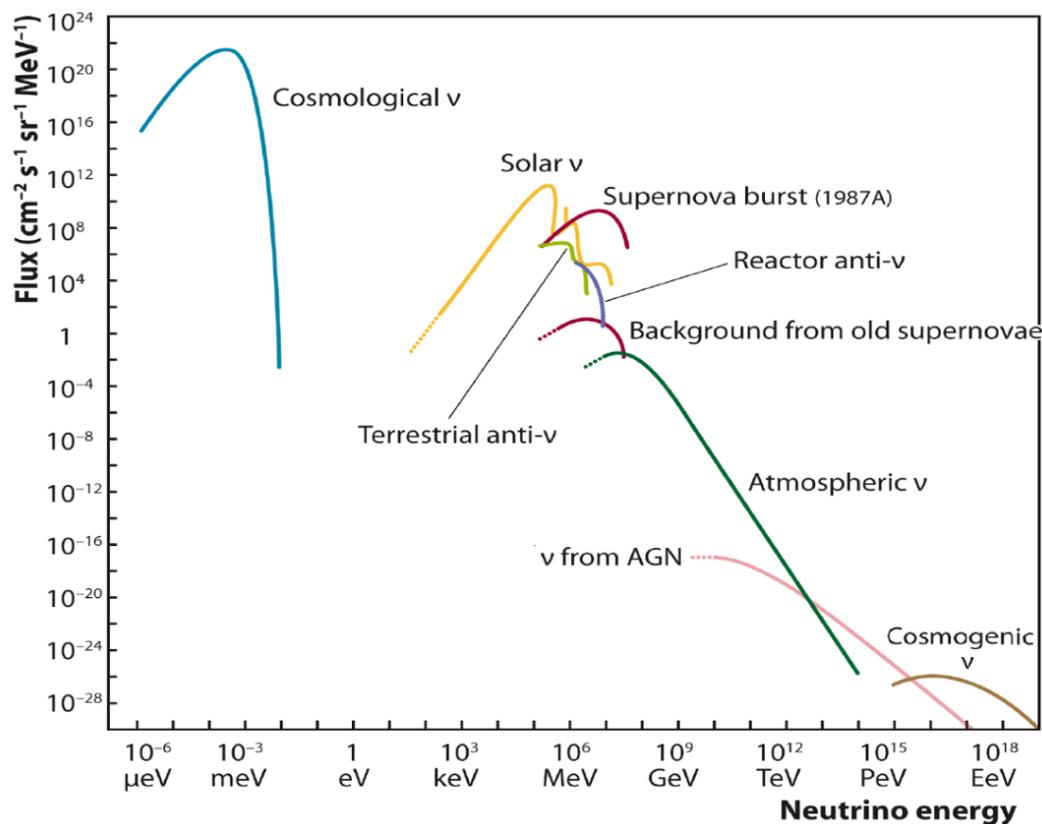


Figura 3.1: Gráfico dos fluxos de neutrinos em função de sua energia, os Módulos Ópticos Digitais do IceCube, são calibrados para detectar somente as energias na ordem entre TeV e PeV. Observe que, nesta ordem de grandeza, temos as fontes de neutrinos de origens das AGNs, os neutrinos atmosféricos e cosmogênicos.

fim de serem protegidos dos múons provenientes dos raios cósmicos secundários pela camada de gelo da superfície, que atua como um escudo de proteção ao detector. Cada cabo possui 60 DOMs, cada um contém um tubo de sensor fotomultiplicador⁷ (PMT) de 10 polegadas, anexado a uma placa calibrada para a cronometragem do tempo na ordem de microsegundos e programados para enviar informação da energia detectada a partir de TeVs [20]. Há um total de 5160 DOMs, sendo os DOMs posicionados a 17 m um do outro em seu cabo vertical [21].

Oito destes cabos no centro do detector constituem o sub-detector Deepcore, coaxial ao IceCube, os quais estão separados por uma distância horizontal de 70 m e seus DOMs estão separados por 7 metros na vertical. Uma configuração mais densa e compacta para proporcionar maior sensibilidade energética na ordem de GeV.

Na superfície do detector situam-se o laboratório e 81 estações com 81

⁷PMT do inglês Photomultiplier Tube.

tanques contendo um total de 324 DOMs para a calibragem do detector e também para o monitoramento dos chuviscos atmosféricos originados dos raios cósmicos secundários.

Antes da instalação do IceCube ser completada, o subdetector AMANDA começou a ser implantado nos anos de 1990. Este experimento foi integrado ao grande IceCube. O subdetector AMANDA foi desligado em maio de 2009 [21, 22]. O esquema da figura 3.2 [19, 23] mostra um arranjo do detector IceCube.

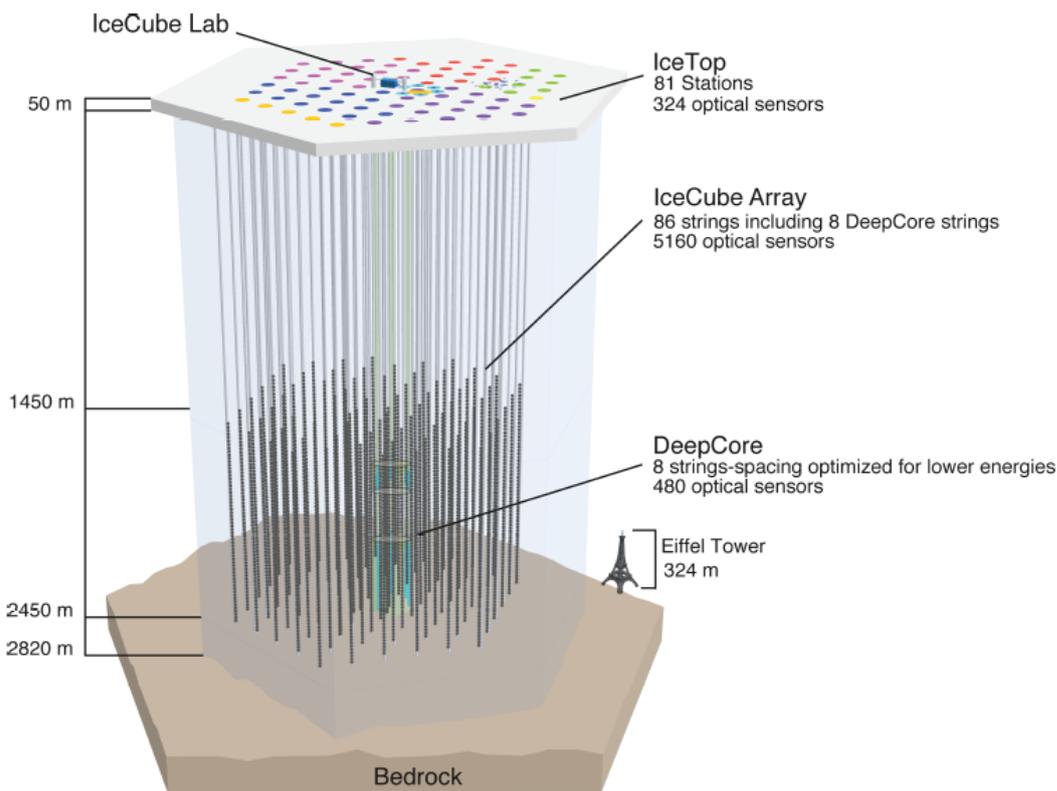


Figura 3.2: Esquema do detector IceCube, informando o arranjo de seus cabos e módulos ópticos digitais e tamanho.

3.1

Como ocorre a detecção

Para detectar a luz emitida devido a interação causada por neutrinos, é preciso material transparente, como água e gelo. Como esta interação é um fenômeno raro, e, devido o baixo fluxo de neutrinos astrofísicos de altas energias, é preciso um volume muito grande de matéria para ocorrer a interação. O gelo da Antártica é transparente, não possui bolhas de ar e, além de muito abundante, é um meio favorável para a propagação da luz Cherenkov [24].

Quando um neutrino interage com um núcleo dos átomos que constituem o gelo que permeia o detector, para o caso de baixas energias, o resultado da interação quase elástica, é um nucleon e um lépton carregado, representados nas equações (3-1) e (3-2), sendo $l = e, \mu, \tau$,

$$\nu_l + n \rightarrow p + l^-, \quad (3-1)$$

$$\bar{\nu}_l + p \rightarrow n + l^+. \quad (3-2)$$

Para neutrinos altamente energéticos, com energia acima de TeV, que são os principais eventos no IceCube, ocorre o processo de interação inelástico eq. (3-3), em que o neutrino de sabor leptônico l interage com o núcleo, o resultado desta interação fraca é um lépton l^- e X é um chuveiro de partículas [25].

$$\nu_l + N \rightarrow l^- + X, \quad (3-3)$$

No caso de neutrinos muônicos temos:

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + X, \quad (3-4)$$

$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + X. \quad (3-5)$$

Os léptons são emitidos devido às interações fracas dos seus respectivos neutrinos e viajam através do gelo com velocidade maior que a velocidade da luz neste meio. Nenhuma partícula massiva se move com velocidade maior que a da luz no vácuo; porém, quando a luz se propaga na matéria, devido a interação eletromagnética, os elétrons dos átomos que a formam retardam sua propagação e, quando isto ocorre, as partículas carregadas que atravessam o meio com velocidade maior que a da luz neste meio, emitem uma luz chamada de radiação Cherenkov [26], que é detectada pelos tubos fotomultiplicadores dentro dos DOMs. A informação da energia detectada no DOM, em um intervalo de tempo da ordem de microsegundos, é enviada para os computadores do laboratório na superfície que criam imagens dos eventos. Na figura 3.3, é mostrado a trajetória de um sinal de múon simulado no detector IceCube. Nessa figura, o primeiro DOM a receber energia é marcado com a cor vermelha e o último a detectar a energia é marcado com a cor azul. Há, assim, uma escala temporal com legendas indo do vermelho ao azul, como mostrado nessa figura [21].

Assim, em alguns eventos, podemos traçar uma trajetória por onde passou a partícula, nos permitindo apontar para a direção da fonte que emitiu o sinal desta interação.

Temos diferentes tipos de eventos: os de cascatas e os de trilhas.

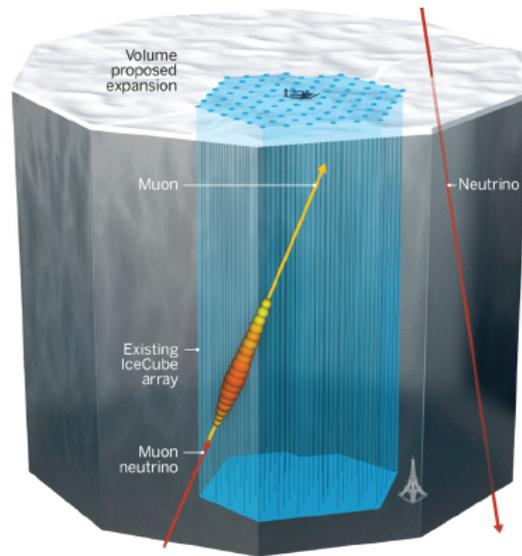


Figura 3.3: Simulação de um sinal de múon registrado no IceCube que permite traçar a direção de sua trajetória.

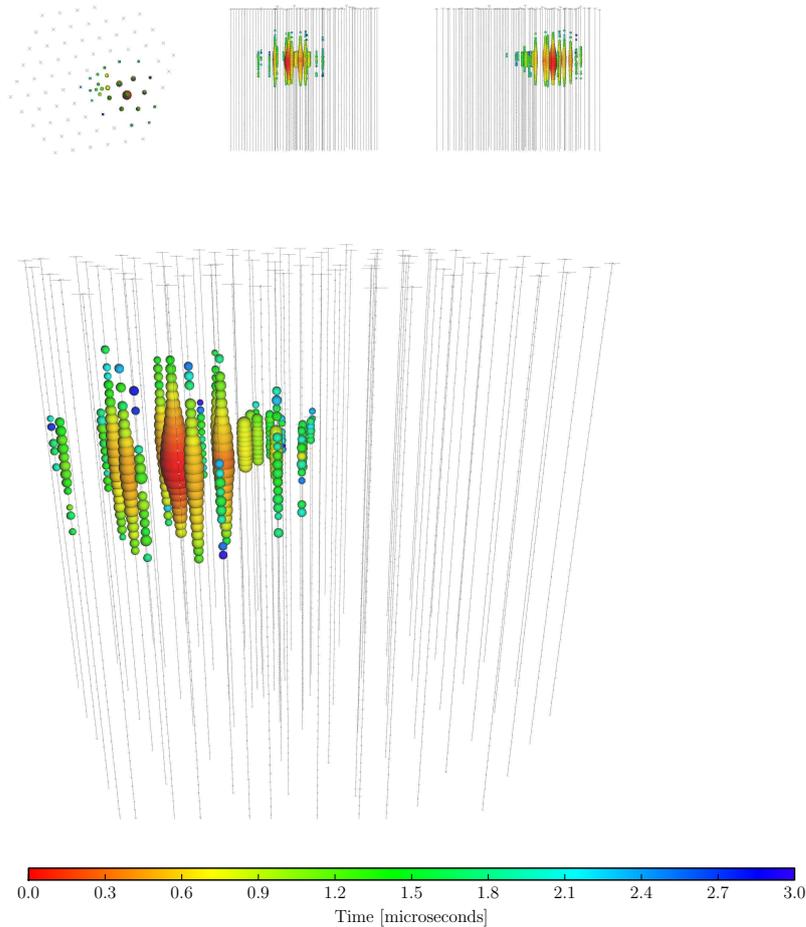
3.1.1 Cascatas

Os eventos de cascata são causados pela interação dos neutrinos do elétron e /ou do tau e emitem múltiplos cones de luz Cherenkov em várias direções, sendo registrados pelo detector em forma de um elipsóide ou esfera, que dificulta na identificação de uma trajetória dos neutrinos desta interação. Na figura 3.4 [27] temos como exemplo um evento de cascata. Podemos imaginar uma superfície gaussiana envolvendo o sinal registrado e quanto mais esférica for a gaussiana, ou seja, quanto mais isotrópica for a distribuição do sinal, mais difícil será traçar uma trajetória.

Há também o evento de duplo estrondo, pois este registra duas cascatas no mesmo evento, que são causados pela interação de neutrinos do tau. Temos, também, um sinal parecido quando ocorrem dois eventos coincidentes, sendo difícil distinguí-los. Como é muito baixo o fluxo de emissão dos neutrinos tauônicos nas fontes em observação (próximo a zero), os sabores de neutrinos tauônicos detectados são devidos ao fenômeno de oscilação.

Quando um neutrino tauônico interage com um nucleon, $\nu_\tau + n \rightarrow p + \tau^-$ ou $\bar{\nu}_\tau + p \rightarrow n + \tau^+$ e, em seguida, devido ao curto tempo próprio⁸ de vida do tau, que é de aproximadamente $2,9 \times 10^{-13}$ segundos, ele decai ainda dentro do detector, e o produto de seu decaimento consiste em um neutrino tauônico e o bóson de corrente carregada W^- que produz um par de elétron e anti-neutrino

⁸O tempo próprio t' , é o tempo medido no referencial em que a partícula está em repouso, veja apêndice dilatação do tempo.



Energia depositada(TeV)	Tempo(MJD)	Declinação(deg.)	RA(deg.)	Ângulo de resolução(deg.)	Topologia
385^{+46}_{-49}	56221,3424023	7,8	292,5	13,5	Chuveiro

Figura 3.4: Evento de cascata, exemplo de um sinal de evento de cascata registrado no IceCube, na legenda contém a informação sobre sua energia, data do evento em Dias Julianos Modificados (MJD), ângulo de declinação, ângulo de ascensão reta RA e ângulo de resolução. Observando sua forma elipsoidal, vemos que a interação ocorreu na região vermelha e o maior raio indica a direção por onde passou a partícula. As imagens no topo da figura são do mesmo evento visto por outros ângulos.

eletrônico, ou um múon e um anti-neutrino muônico ou até mesmo um pión negativo, essas partículas carregadas, geradas devido a segunda interação fraca, emitem um segundo cone de luz Cherenkov deixando uma segunda cascata registrada no detector.

3.1.2 Trilhas

Quando um múon passa pelo detector com a velocidade maior que a da luz, no gelo, a sua radiação cherenkov deixa uma trilha registrada no detector

no sentido do vermelho para o azul, como mostrado na figura 3.5 [27]. Esta tipologia de evento é chamada de trilha, nos permite apontar para a direção da fonte de neutrinos no mapa celeste, com uma precisão maior que o de cascata. Quando o sentido do vermelho para o azul está indo para cima do detector, chamamos este evento de upgoing, (indo para cima em inglês), e significa que os neutrinos vieram do hemisfério norte, atravessaram a Terra até chegar no detector. Quando o sentido do vermelho ao azul está para baixo do detector, chamamos de downgoing, (indo para baixo), que significa que os neutrinos vieram do hemisfério sul celeste e viajam para baixo do detector⁹.

Na legenda da fig. 3.5 [27], além do tempo em microsegundos na escala de cores, temos o tipo do evento e outras informações tais como a energia em TeV, a data registrada na unidade de Dias Julianos Modificados¹⁰ MJD, que é muito usado na astronomia, e os ângulos de ascensão reta¹¹ RA [29] e declinação, estes ângulos nos orientam para apontar para sua fonte de emissão na coordenada equatorial celeste [30].

Na figura 3.6 [27] temos a orientação das fontes de neutrinos no mapa celeste equatorial, simbolizado com o \times para os eventos de trilhas, ou seja neutrinos muônicos, e com o símbolo $+$ para os eventos de cascatas. O evento da figura 3.5 é o evento 37 da figura 3.6, com 167,3 graus de ascensão reta RA e 20,7 graus de declinação. A escala de cores em tons de roxo, representa o teste estatístico¹² TS , que é definido sendo $TS \equiv 2 \log(L/L_0)$, onde L é a função de probabilidade do melhor ajuste e L_0 a função de probabilidade de uma hipótese nula [27], em outras palavras, quanto mais escuro¹³ menor será a incerteza para o mapeamento de suas fontes.

Devido ao movimento de precessão da Terra alterar o ângulo que a eclíptica¹⁴ faz com o equador, é conviniênte mapear as fontes em coordenadas galácticas fig. 3.7 [27], onde o eixo horizontal principal representa o plano de nossa Via Láctea e o Sol é escolhido como o referencial o , portanto o ângulo de declinação do astro em observação nesta coordenada é em relação ao Sol, logo, observando as fontes no mapa celeste galáctico, vemos que algumas fontes estão longe do plano de nossa galáxia, portanto, podem estar fora da nossa Via Láctea.

⁹Nos eventos downgoing temos um problema de interferência dos raios cósmicos secundários, que também são detectados.

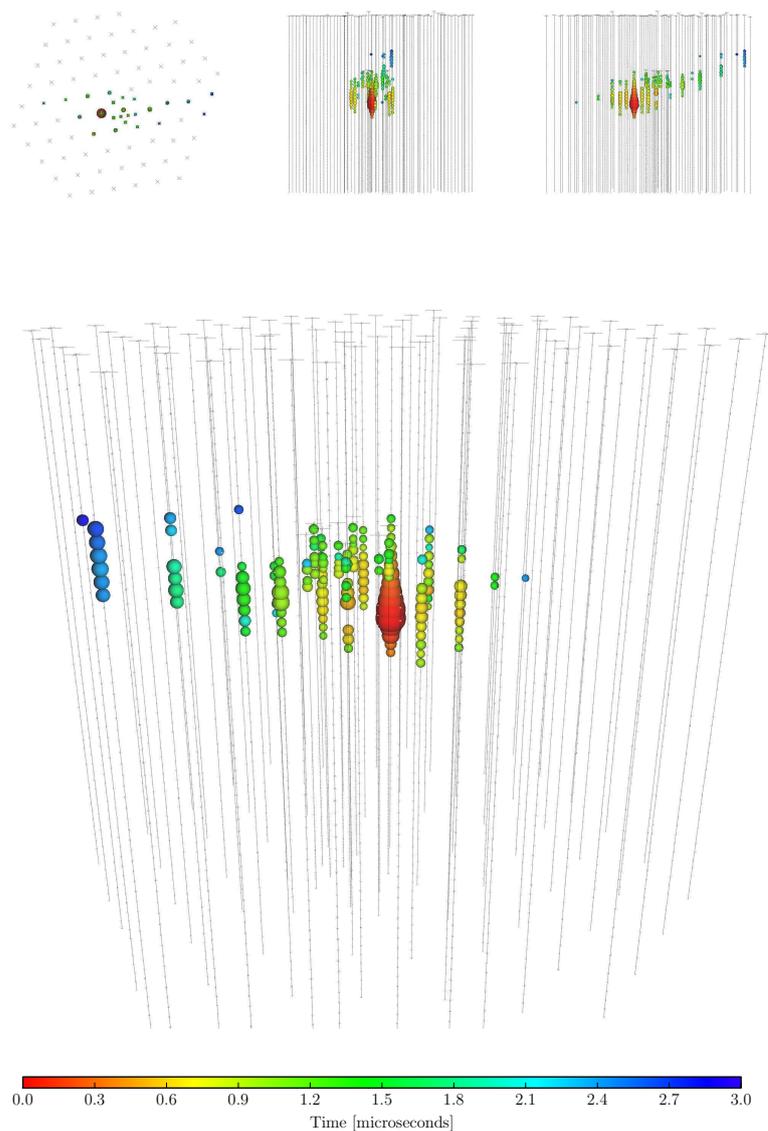
¹⁰MJD do inglês Modified Julian Day [28].

¹¹Leia a apêndice na seção 8.5.

¹² TS do inglês “Test Statistic” como mostrado na legenda da figura 3.6.

¹³Observe que as fontes dos eventos dos neutrinos muônicos marcados com \times possuem o roxo mais escuro que as fontes das cascatas de neutrinos do elétron ou do tau marcados com $+$.

¹⁴Trajetória aparente do sol em torno da Terra.



Energia depositada (TeV)	tempo (MJD)	Declinação (deg.)	RA (deg.)	Ângulo de resolução(deg.)	Topologia
$30,8^{+3,3}_{-3,5}$	56390,1887627	20,7	167,3	$\lesssim 1,2$	Trilha

Figura 3.5: Exemplo de um evento de trilha, o múon deixa um sinal como uma trilha por onde passou no detector.

3.2 Neutrinos atmosféricos e raios cósmicos

Alguns corpos astrofísicos, assim como as AGNs, e eventos como as GRBs, são aceleradores de partículas carregadas, (a maioria são prótons), que atingem energias entre GeV e EeV, muito mais altas que os aceleradores de partículas feitos pelo homem [30]. Os feixes de prótons altamente energéticos emitidos pelos aceleradores astrofísicos, chamados de raios cósmicos, foram descobertos em 1912 por Victor Hess com experimento de balões atmosféricos

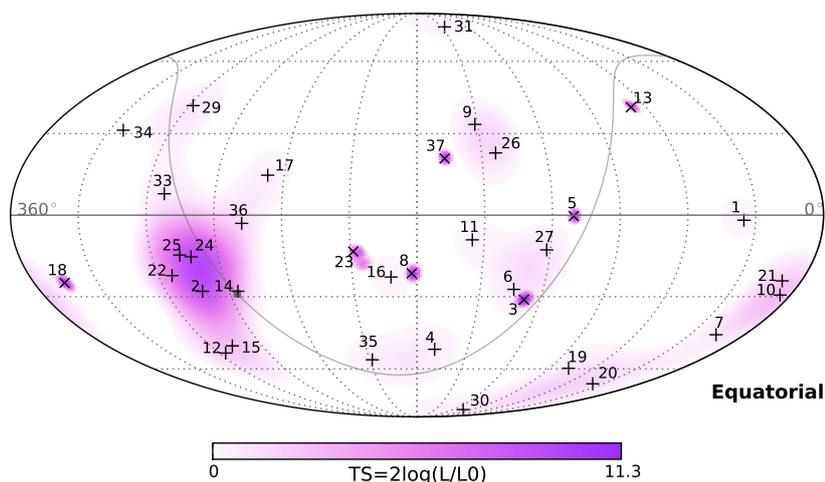


Figura 3.6: Mapa celeste equatorial indicando as fontes de neutrinos astrofísicos para os respectivos eventos do IceCube.

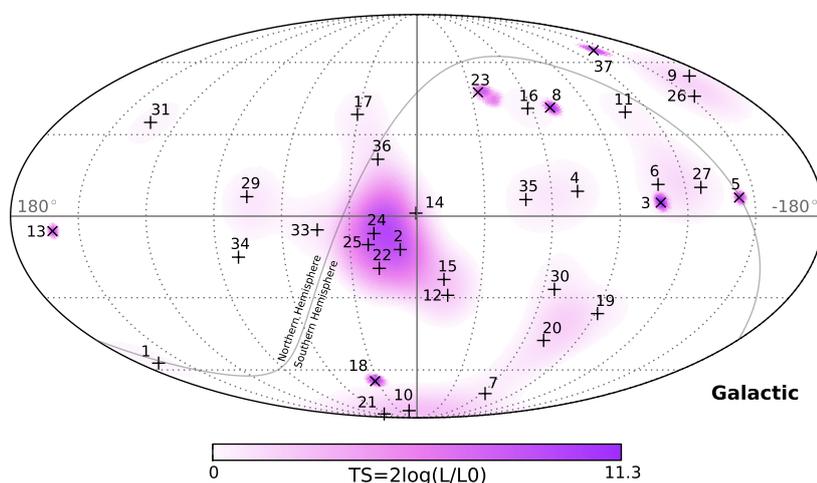


Figura 3.7: Mapa celeste galáctico, onde no eixo horizontal principal está o plano da nossa galáxia.

[31]. A medida que elevava a altitude de um balão contendo um contador Geiger, observava-se a redução da radiação emitida pela Terra. Em uma altitude limiar começava a crescer o registro no contador. Este aumento de radiação é oriundo dos raios cósmicos.

Quando um raio cósmico entra na atmosfera da Terra e colide com átomos de oxigênio, produz píons e outras partículas, como ilustrado na figura 3.8 [32], também chamados de raios cósmicos secundários. Os píons decaem em múons e neutrinos muônicos que podem causar ruídos no detector.

Observando os raios cósmicos não podemos saber sua origem, pois,

4 Oscilação de neutrinos no Vácuo

A oscilação de neutrinos é um fenômeno da mecânica quântica, onde um neutrino emitido com um determinado sabor leptônico, ao longo de seu percurso, pode mudar de sabor. Para exemplificar, tomemos, um neutrino que foi emitido com sabor eletrônico. Ao longo do tempo¹ ele pode mudar seu sabor para muônico ou tauônico.

Estudaremos neste capítulo como ocorre este fenômeno e obteremos suas probabilidades de mudança de estados de sabores leptônicos.

4.1 Mistura de sabor

Um neutrino que foi emitido com um estado de sabor leptônico é definido como um estado do tipo:

$$|\nu_\beta\rangle = \sum_i U_{\beta i}^* |\nu_i\rangle, \quad (4-1)$$

onde os índices $\beta = e, \mu, \tau$ para os estados de sabor e $i = 1, 2, 3$ para os auto estados de massa [8, 14]. Ou seja, o que chamamos de neutrino do elétron é um estado do tipo:

$$|\nu_e\rangle = U_{e1}^* |\nu_1\rangle + U_{e2}^* |\nu_2\rangle + U_{e3}^* |\nu_3\rangle, \quad (4-2)$$

então, para os 3 sabores leptônicos conhecidos, obtemos a combinação linear do conjugado da matriz de rotação em três dimensão com os estados de massa:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}; \quad (4-3)$$

onde $U_{\beta i}$ é cada elemento da matriz de mistura, presente na eq. (4-3), que descreve relação entre auto-estados de sabor e de massa, formando os ângulos de mistura de sabores, isto será melhor abordado na seção 4.3.

¹Usamos o sistema de unidades naturais, onde o tempo também é interpretado como deslocamento.

4.2

Oscilação entre dois sabores

Vamos considerar somente dois sabores leptônicos de neutrinos, um neutrino do elétron e um neutrino de sabor $^2 \alpha$. Reescrevendo a equação (4-3) com apenas dois sabores, temos:

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\alpha\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix}, \quad (4-4)$$

logo temos;

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + \text{sen}\theta|\nu_2\rangle \quad (4-5)$$

$$|\nu_\alpha\rangle = -\text{sen}\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta|\nu_2\rangle, \quad (4-6)$$

e é claro, a sua relação inversa

$$\begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\alpha\rangle \end{pmatrix}, \quad (4-7)$$

portanto temos;

$$|\nu_1\rangle = \cos\theta|\nu_e\rangle - \text{sen}\theta|\nu_\alpha\rangle \quad (4-8)$$

$$|\nu_2\rangle = \text{sen}\theta|\nu_e\rangle + \cos\theta|\nu_\alpha\rangle. \quad (4-9)$$

Vemos que no caso de dois sabores que \mathbf{U} é uma matriz real bidimensional, definida como função do ângulo θ de mistura entre dois sabores leptônicos de neutrinos, sendo:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (4-10)$$

logo o seu adjunto³ fica

$$\mathbf{U}^\dagger = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad (4-11)$$

Fica claro que a equação (4-4) é um caso real da equação (4-1) para dois sabores.

Usando a equação análoga a de Schrödinger⁴;

$$i\frac{d}{dt}|\nu_i(t)\rangle = E_i|\nu_i(t)\rangle, \quad (4-12)$$

resolvendo a equação diferencial obtemos:

²O sabor α pode ser interpretado como todos os outros sabores diferentes do eletrônico.

³Que é igual a transposta no caso de uma matriz real.

⁴Usamos as unidades naturais em que $\hbar = 1$ e $c = 1$.

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_it}|\nu_i\rangle, \quad (4-13)$$

Então podemos reescrever a eq. (4-1) com uma dependência temporal,

$$|\nu_\beta(t)\rangle = \sum_i U_{\beta i}^* e^{-iE_it} |\nu_i\rangle, \quad (4-14)$$

no caso de dois sabores, $\beta = e, \alpha$. Desta forma, podemos escrever um auto estado de sabor eletrônico dependente do tempo como:

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos\theta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \sin\theta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle. \quad (4-15)$$

Para o sabor α temos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = -\sin\theta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \cos\theta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle. \quad (4-16)$$

Substituindo a inversa da eq. (4-1), $|\nu_i\rangle = \sum_\beta U_{\beta i} |\nu_\beta\rangle$, na e.q (4-15), nós temos uma equação para o auto estado de sabor eletrônico dependente do tempo, como uma combinação linear dos estados de sabores leptônicos iniciais sendo operados por uma evolução temporal e^{-iE_it} ;

$$\begin{aligned} |\nu_e(t)\rangle &= \cos\theta e^{-iE_1 t} (\cos\theta |\nu_e\rangle + \sin\theta |\nu_\alpha\rangle) + \sin\theta e^{-iE_2 t} (-\sin\theta |\nu_e\rangle + \cos\theta |\nu_\alpha\rangle) \\ &= (\cos^2\theta e^{-iE_1 t} - \sin^2\theta e^{-iE_2 t}) |\nu_e\rangle + \\ &\quad + (\cos\theta \sin\theta e^{-iE_1 t} + \sin\theta \cos\theta e^{-iE_2 t}) |\nu_\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (4-17)$$

A solução nos mostra uma evolução temporal do neutrino eletrônico, uma parte representa a propagação do estado inicial $|\nu_e\rangle$ e outra parte representa a mudança para outro estado de sabor $|\nu_\alpha\rangle$.

4.2.1

Probabilidade de conversão e sobrevivência

Chamamos de probabilidade de conversão a probabilidade de um neutrino ν_β ser detectado como ν_α ao longo de um percurso x (em unidades naturais $x = t$). Ou seja, a probabilidade de um dado sabor⁵ leptônico se converter para o sabor α , é definido como:

⁵Consideramos o sabor eletrônico como o estado inicial mas poderia ser qualquer outro sabor.

$$\begin{aligned}
P_{e\alpha}(t) &= |\langle \nu_\alpha | \nu_e(t) \rangle|^2 \\
&= \left| \left(\cos^2 \theta e^{-iE_1 t} - \sin^2 \theta e^{-iE_2 t} \right) \langle \nu_\alpha | \nu_e \rangle \right. \\
&\quad \left. + \left(\cos \theta \sin \theta e^{-iE_1 t} + \sin \theta \cos \theta e^{-iE_2 t} \langle \nu_\alpha | \nu_\alpha \rangle \right) \right|^2.
\end{aligned} \tag{4-18}$$

Entretanto $\langle \nu_\alpha | \nu_e \rangle = \delta_{\alpha e} = 0$ e $\langle \nu_\alpha | \nu_\alpha \rangle = \delta_{\alpha\alpha} = 1$, logo temos:

$$\begin{aligned}
P_{e\alpha}(t) &= \left| \left(\cos \theta \sin \theta e^{-iE_1 t} + \sin \theta \cos \theta e^{-iE_2 t} \right) \right|^2 \\
&= \left| \cos \theta \sin \theta \left(e^{-iE_1 t} + e^{-iE_2 t} \right) \right|^2 \\
&= \frac{\sin^2 2\theta}{4} \left| e^{-iE_1 t} + e^{-iE_2 t} \right|^2 \\
&= \frac{\sin^2 2\theta}{4} \left(e^{-iE_1 t} + e^{-iE_2 t} \right) \left(e^{iE_1 t} + e^{iE_2 t} \right) \\
&= \frac{\sin^2 2\theta}{4} \left(2 + e^{i(E_2 - E_1)t} + e^{-i(E_2 - E_1)t} \right) \\
&= \frac{\sin^2 2\theta}{2} \left(1 + \cos(E_2 - E_1)t \right) \\
P_{e\alpha}(x) &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta E}{2} x \right).
\end{aligned} \tag{4-19}$$

Vamos agora fazer uma aproximação, considerando os momentos iguais $p_k = p_i = p$, para reescrever a variação de energia.

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} = p \sqrt{1 + \frac{m_k^2}{p^2}}, \tag{4-20}$$

Fazendo a expansão em série de Taylor⁶, para $m_k \ll p$, obtemos

$$E_k \sim p \left(1 + \frac{m_k^2}{2p^2} \right); \tag{4-21}$$

portanto

$$E_k - E_j \sim p + \frac{m_k^2}{2p} - p - \frac{m_j^2}{2p} = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}, \tag{4-22}$$

onde $\Delta m_{kj}^2 = m_k^2 - m_j^2$ e aproximando $p = E$ para m_k muito pequeno. Substituindo a eq. (4-22) na eq. (4-19) temos:

$$P_{e\alpha}(x) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2}{4E} x \right). \tag{4-23}$$

⁶Veja a apêndice Série de Taylor.

A probabilidade de sobrevivência é a probabilidade de detectar um neutrino com o mesmo sabor que ele foi emitido em sua fonte a uma distância x ; ou seja, a probabilidade de não ocorrer mudança de sabor, ou de ser detectado o mesmo sabor emitido, ao longo de uma distância x . No caso do neutrino do elétron $\nu_e \rightarrow \nu_e$ [7, 8, 14].

$$P_{ee}(x) = 1 - P_{e\alpha}(x) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2}{4E} x \right). \quad (4-24)$$

4.3

Oscilando em três sabores

Para a oscilação de três sabores de neutrinos, devemos utilizar a matriz de mistura para três sabores, que é análogo ao produto das matrizes de rotação em torno de cada eixo, x , y e z , $\mathbf{U} = \mathbf{U}_x(\theta_{yz})\mathbf{U}_y(\theta_{xz})\mathbf{U}_z(\theta_{xy})$, onde

$$\mathbf{U}_x(\theta_{yz}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{yz} & \sin \theta_{yz} \\ 0 & -\sin \theta_{yz} & \cos \theta_{yz} \end{bmatrix}; \quad (4-25)$$

$$\mathbf{U}_y(\theta_{xz}) = \begin{bmatrix} \cos \theta_{xz} & 0 & \sin \theta_{xz} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{xz} & 0 & \cos \theta_{xz} \end{bmatrix}; \quad (4-26)$$

$$\mathbf{U}_z(\theta_{xy}) = \begin{bmatrix} \cos \theta_{xy} & \sin \theta_{xy} & 0 \\ -\sin \theta_{xy} & \cos \theta_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4-27)$$

Então, aplicando este operador matemático nos auto-estados de massa $|\nu_1\rangle$, $|\nu_2\rangle$ e $|\nu_3\rangle$, onde neste caso, os ângulos θ_{yz} , θ_{xz} e θ_{xy} , são os ângulos de mistura de sabor, respectivamente θ_{23} , θ_{13} e θ_{12} , como mostrado na figura (4.1) [35], temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{U}_x(\theta_{23})\mathbf{U}_y(\theta_{13}, \delta)\mathbf{U}_z(\theta_{12}) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ -c_{12}s_{13}e^{i\delta} & -s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{13} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4-28)$$

onde δ é a fase de violação CP . Para uma simplicidade textual nós usamos a notação c_{ij} para $\cos \theta_{ij}$ e s_{ij} para $\sin \theta_{ij}$. Temos, então:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} - s_{12}c_{23} & -s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} + c_{12}c_{23} & s_{23}c_{13} \\ -c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} + s_{12}s_{23} & -s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} - c_{12}s_{23} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix}. \quad (4-29)$$

Esta é a matriz de Maki-Nakagawa-Sakata, \mathbf{U}_{MNS} .

Observamos que no caso anterior, oscilação entre somente dois sabores, temos apenas um ângulo de mudança de sabor, sendo $\theta_{12} = \theta$ e $\theta_{13} = \theta_{23} = 0$, substituindo esses valores na eq. (4-29) ela fica igual a eq. (4-10).

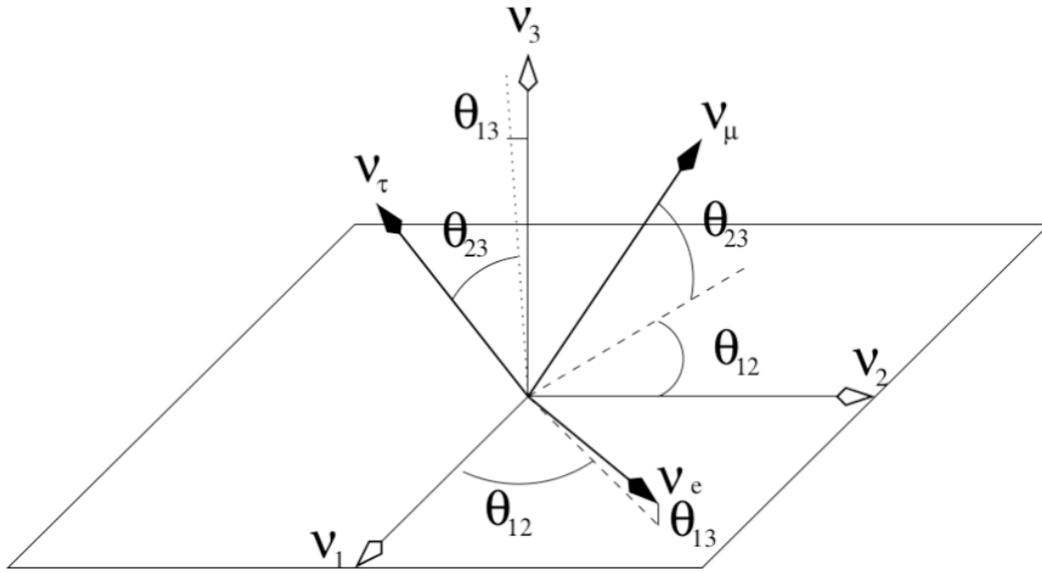


Figura 4.1: Representação dos ângulos de mistura de neutrinos θ_{12} , θ_{23} , θ_{13} , seus auto-estados de massa ν_i e seus auto-estados de sabor ν_α .

Vamos novamente escrever um estado de sabor de neutrinos, como uma combinação linear de auto-estados de massa,

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* |\nu_i(t)\rangle, \quad (4-30)$$

Resolvendo a equação (4-12), temos uma evolução temporal (4-13), ou seja escrevemos um estado dependente do tempo como um operador $e^{-iE_i t}$ sendo aplicado em seu auto-estado de massa inicial, assim reescrevemos a eq. (4-30) na forma:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle. \quad (4-31)$$

Um auto-estado de massa pode ser reescrito como uma combinação linear de auto-estados de sabor:

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\beta'=e,\mu,\tau} U_{\beta'i} |\nu_{\beta'}\rangle, \quad (4-32)$$

logo, substituindo a eq. (4-32) na eq. (4-31) temos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} \sum_{\beta'=e,\mu,\tau} U_{\beta'i} |\nu_{\beta'}\rangle. \quad (4-33)$$

No entanto, aplicando o produto escalar de um estado de neutrino de sabor leptônico β com o auto-estado de sabor de neutrino da eq. (4-33), temos

$$\begin{aligned} \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle &= \sum_{i=1}^3 \sum_{\beta'=e,\mu,\tau} U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} U_{\beta'i} \delta_{\beta\beta'} \\ &= \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-iE_i t}, \end{aligned} \quad (4-34)$$

onde a delta de Kronecker $\delta_{\beta\beta'} = 1$ quando $\beta = \beta'$ e $\delta_{\beta\beta'} = 0$ quando $\beta \neq \beta'$. Então a probabilidade de um ν_α ser detectado como um ν_β ,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 \\ &= \left| \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-iE_i t} \right|^2 \\ &= \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-iE_i t} \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{iE_k t} \\ &= \sum_{i,k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i(E_k - E_i)t} \\ &= \sum_{i,k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x}, \end{aligned} \quad (4-35)$$

sendo $E_k - E_i \sim \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E}$ e lembrando que $x \simeq t$ é a distância da fonte ao detector em unidades naturais, no caso de neutrinos ultra relativísticos.

Separando os termos do somatório dos índices i, k em $i = k$, $i > k$ e $i < k$, temos:

$$\begin{aligned}
\sum_{i,k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} &= \sum_{i=k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* + \sum_{i < k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} + \\
&+ \sum_{i > k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} \\
&= \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + \sum_{i < k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} + \\
&+ \sum_{i > k} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} \\
&= \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \sum_{i > k} \Re e(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x},
\end{aligned} \tag{4-36}$$

mas $e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} = \cos \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x + i \operatorname{sen} \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x$, e;

$$\sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i > k} \Re e(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*), \tag{4-37}$$

assim a probabilidade $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$ pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i > k} \Re e(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) + 2 \sum_{i > k} \Re e(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) e^{i \frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x} \\
&= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i > k} \Re e(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \left(1 - \cos \left(\frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x \right) \right) + \\
&+ 2 \sum_{i > k} \Im m(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \operatorname{sen} \left(\frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x \right) \\
&= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i > k} \Re e(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ki}^2}{4E} x \right) + \\
&+ 2 \sum_{i > k} \Im m(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \operatorname{sen} \left(\frac{\Delta m_{ki}^2}{2E} x \right),
\end{aligned} \tag{4-38}$$

onde $\delta_{\alpha\beta} = 1$, para $\alpha = \beta$ e $\delta_{\alpha\beta} = 0$, para $\alpha \neq \beta$. E usando a relação $2 \operatorname{sen}^2 \theta = 1 - \cos 2\theta$.

4.4

Probabilidades médias de oscilação

No caso dos neutrinos de fontes extragalácticas, como os detectados no experimento IceCube, onde suas fontes estão a grandes distâncias do detector, e não sabemos a distância x destas fontes, por este motivo, obtemos a média da probabilidade, afim de escrever a probabilidade média (4-39) independente

de x , na forma:

$$\begin{aligned}
\langle P_{\alpha\beta} \rangle &= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{i>k} \Re e (U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \\
&= \delta_{\alpha\beta} - 2 \Re e \left((U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^*) + (U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^*) + (U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^*) \right) \\
&= \left((U_{\alpha 1}^* U_{\beta 1} U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^*) + (U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^*) + (U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*) \right) \\
&= \sum_{i=1}^3 |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2. \tag{4-39}
\end{aligned}$$

Os subíndices gregos α, β , representam os sabores de neutrinos e, μ, τ . Então para uma fonte que produz neutrinos do elétron, a probabilidade média deles serem detectados como neutrinos do múon é dado pela eq. (4-40);

$$\begin{aligned}
\langle P_{e\mu} \rangle &= \delta_{e\mu} - 2 \sum_{i>k} \Re e (U_{ei}^* U_{\mu i} U_{ek} U_{\mu k}^*) \\
&= \left[(U_{e1}^* U_{\mu 1} U_{e1} U_{\mu 1}^*) + (U_{e2}^* U_{\mu 2} U_{e2} U_{\mu 2}^*) + (U_{e3}^* U_{\mu 3} U_{e3} U_{\mu 3}^*) \right], \\
&= \sum_{i=1}^3 |U_{ei}|^2 |U_{\mu i}|^2. \tag{4-40}
\end{aligned}$$

Substituindo os termos da eq.(4-29) na eq. (4-40) e desenvolvendo a equação (4-40), temos a eq.(4-41);

$$\begin{aligned}
\langle P_{e\mu} \rangle &= c_{12}^2 c_{13}^2 (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta}) \\
&\quad + s_{12}^2 c_{13}^2 (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta}) \\
&\quad + s_{13}^2 s_{23}^2 c_{13}^2 \\
&= c_{12}^2 c_{13}^2 (s_{12}^2 c_{23}^2 + s_{12} c_{23} c_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} + c_{12} s_{23} s_{13} s_{12} c_{23} e^{i\delta} + c_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2) \\
&\quad + s_{12}^2 c_{13}^2 (c_{12}^2 c_{23}^2 - s_{12} c_{23} c_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} - c_{12} s_{23} s_{13} s_{12} c_{23} e^{i\delta} + s_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2) \\
&\quad + s_{13}^2 s_{23}^2 c_{13}^2 \\
&= (c_{12} c_{13})^2 [(s_{12} c_{23})^2 + 2 s_{12} c_{23} c_{12} s_{23} s_{13} c_{\delta} + (c_{12} s_{23} s_{13})^2] \\
&\quad + (s_{12} c_{13})^2 [(c_{12} c_{23})^2 - 2 c_{12} c_{23} s_{12} s_{23} s_{13} c_{\delta} + (s_{12} s_{23} s_{13})^2] \\
&\quad + (s_{13} s_{23} c_{13})^2, \tag{4-41}
\end{aligned}$$

usamos a notação $c_{\delta} = \cos \delta$ para simplificar a equação.

Novamente, usando a eq. (4-39) para a probabilidade média de um neutrino eletrônico ser detectado como um neutrino tauônico;

$$\begin{aligned}
\langle P_{e\tau} \rangle &= (c_{12}c_{13})^2[(s_{12}c_{23})^2 - 2s_{12}s_{23}c_{12}c_{23}s_{13}c_\delta + (c_{12}c_{23}s_{13})^2] + \\
&+ (s_{12}c_{13})^2[(c_{12}c_{23})^2 + 2c_{12}c_{23}s_{12}c_{23}s_{13}c_\delta + (s_{12}c_{23}s_{13})^2] + \\
&+ (s_{13}c_{23}c_{13})^2.
\end{aligned} \tag{4-42}$$

A probabilidade de sobrevivência, o caso que o neutrino é detectado com o mesmo sabor que ele foi emitido em sua fonte, ou seja, $P_{ee} = 1 - (P_{e\mu} + P_{e\tau})$, ou fazendo pela equação (4-39);

$$\langle P_{ee} \rangle = 1 - 2[(s_{12}c_{12}c_{13})^2 + (s_{13}c_{12}c_{13})^2 + (s_{13}s_{12}c_{13})^2]. \tag{4-43}$$

Observamos que a probabilidade média de sobrevivência do neutrino eletrônico $\langle P_{ee} \rangle$ não depende de δ nem de θ_{23} .

Fazendo o mesmo para o neutrino do múon, sua probabilidade média de sobrevivência:

$$\begin{aligned}
\langle P_{\mu\mu} \rangle &= [(s_{12}c_{23})^2 + 2s_{12}c_{23}c_{12}s_{23}s_{13}c_\delta + (c_{12}s_{23}s_{13})^2]^2 + \\
&+ [(c_{12}c_{23})^2 - 2c_{12}c_{23}s_{12}s_{23}s_{13}c_\delta + (s_{12}s_{23}s_{13})^2]^2 + \\
&+ (s_{23}c_{13})^4.
\end{aligned} \tag{4-44}$$

Para emissão de neutrinos muônicos serem detectados como tauônicos temos:

$$\begin{aligned}
\langle P_{\mu\tau} \rangle &= [(s_{12}c_{23})^2 + 2s_{12}c_{23}c_{12}s_{23}s_{13}c_\delta + (c_{12}s_{23}s_{13})^2] \times \\
&[(s_{12}s_{23})^2 - 2s_{12}s_{23}c_{12}c_{23}s_{13}c_\delta + (c_{12}c_{23}s_{13})^2] + \\
&+ [(c_{12}c_{23})^2 - 2c_{12}c_{23}s_{12}s_{23}s_{13}c_\delta + (s_{12}s_{23}s_{13})^2] \times \\
&[(c_{12}s_{23})^2 + 2c_{12}s_{23}s_{12}c_{23}s_{13}c_\delta + (s_{12}c_{23}s_{13})^2] + \\
&+ (s_{23}c_{23}c_{13}c_{13})^2.
\end{aligned} \tag{4-45}$$

E finalmente para a probabilidade média de sobrevivência dos neutrinos tauônicos, temos:

$$\begin{aligned}
\langle P_{\tau\tau} \rangle &= [(s_{12}s_{23})^2 - 2s_{12}s_{23}c_{12}c_{23}s_{13}c_\delta + (c_{12}c_{23}s_{13})^2]^2 + \\
&\quad + [(c_{12}s_{23})^2 + 2c_{12}s_{23}s_{12}c_{23}s_{13}c_\delta + (s_{12}c_{23}s_{13})^2]^2 + \\
&\quad + (c_{13}c_{23})^4.
\end{aligned} \tag{4-46}$$

No caso das probabilidades médias, elas são iguais para os subíndices mudos trocados, $\langle P_{\alpha\beta} \rangle = \langle P_{\beta\alpha} \rangle$, portanto, $\langle P_{e\mu} \rangle = \langle P_{\mu e} \rangle$, $\langle P_{e\tau} \rangle = \langle P_{\tau e} \rangle$ e $\langle P_{\tau\mu} \rangle = \langle P_{\mu\tau} \rangle$.

5

O fluxo de sabor dos neutrinos extragalácticos

Nas fontes de neutrinos de altas energias, das quais são candidatas, as AGNs e GRBs, supõe-se que ocorrem a emissão de raios cósmicos. Os raios cósmicos são considerados principalmente prótons, que foram acelerados ou pelos intensos campos magnéticos de suas fontes, ou pela explosão de uma GRB. Ao longo de sua viagem, ainda no interior ou na atmosfera de seu astro, colidem com raios gama ou outros prótons. Nestas interações¹ produzem píons, que decaem em anti-múons e neutrinos muônicos, e nêutrons, que decaem em prótons, elétrons e anti-neutrinos eletrônicos [30, 36, 37].

Em nosso estudo, observamos fluxos de neutrinos de altas energias de dois diferentes tipos de decaimentos: O decaimento beta, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$; e o decaimento dos píons, este em particular ocorre em dois casos; o decaimento do pión com absorção do múon, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, e o caso em que o múon também decai, $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$. Estes decaimentos ocorrem em altas energias nas AGNs e nas GRBs [33, 36, 38–40].

Devido ao fenômeno de oscilação de neutrinos, nós detectamos na Terra um fluxo de neutrinos diferente do fluxo emitido em sua fonte [41]. Neste capítulo estudaremos como este fenômeno advém.

5.1

A relação do fluxo de sabor na Terra com o fluxo na origem

O fluxo de sabor na fonte pode ser interpretado como um estado do tipo $(F_{\nu_e}^0, F_{\nu_\mu}^0, F_{\nu_\tau}^0)$ onde $F_{\nu_e}^0$, $F_{\nu_\mu}^0$ e $F_{\nu_\tau}^0$ são, respectivamente, os fluxos de neutrinos eletrônicos, muônicos e tauônicos em suas fontes. Para uma fonte onde ocorre o decaimento beta, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ [42, 43], temos os fluxos $(F_{\nu_e}^0, F_{\nu_\mu}^0, F_{\nu_\tau}^0)$ que é um estado normalizado $(1; 0; 0)$, pois está sendo emitido somente anti-neutrino do elétron. Nas fontes onde ocorrem os decaimentos dos píons [44], $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, devemos também levar em conta o decaimento do múon $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$. Devido o seu curto tempo de vida, temos o estado não normalizado $(1; 2; 0)$, (para um decaimento deste tipo, é emitido 2 neutrinos

¹Interações $p\gamma$ e pp .

muônicos para cada neutrino eletrônico), é conveniente normalizarmos para $(1/3; 2/3; 0)$. Para o caso do decaimento do pión com absorção do múon, a taxa na fonte é um estado normalizado $(0; 1; 0)$ [45], pois há somente emissão do neutrino do múon [41].

O fluxo obtido na Terra é diferente do emitido na fonte devido ao fenômeno de oscilação; entretanto, o fluxo de sabor na Terra F^\oplus é obtido através da combinação linear $F^\oplus = PF^0$, na forma:

$$\begin{pmatrix} F_{\nu_e}^\oplus \\ F_{\nu_\mu}^\oplus \\ F_{\nu_\tau}^\oplus \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{ee} & P_{e\mu} & P_{e\tau} \\ P_{\mu e} & P_{\mu\mu} & P_{\mu\tau} \\ P_{\tau e} & P_{\tau\mu} & P_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{\nu_e}^0 \\ F_{\nu_\mu}^0 \\ F_{\nu_\tau}^0 \end{pmatrix}; \quad (5-1)$$

onde P é a matriz² de probabilidade média³ de oscilação, observe que em sua diagonal estão as probabilidades de sobrevivência [46].

Usando as probabilidades médias, com os valores de $\sin^2\theta_{12} = 0,304$, $\sin^2\theta_{13} = 0,0218$ [1], e $\sin^2\theta_{23} = 0,5$ e $\delta = 0,00$. O fluxo na fonte em que ocorre o decaimento do pión e do múon é dado por $F^0 = (1/3, 2/3, 0)$, na Terra obtemos os fluxos $F_{\nu_e}^\oplus = 0,35$, $F_{\nu_\mu}^\oplus = 0,33$ e $F_{\nu_\tau}^\oplus = 0,32$; ou seja, $F^\oplus = [0,35; 0,33; 0,32]$. Para o decaimento do pión com absorção de múon, temos na fonte o fluxo dado por $(0, 1, 0)$, que detectamos na Terra o fluxo $[0,26; 0,37; 0,37]$. E para o decaimento beta na fonte temos $(1, 0, 0)$, na Terra obtemos $[0,53; 0,26; 0,21]$. Como mostrado na tabela 5.1.

	Decaimento π	Absorção μ	Decaimento β
$(F_{\nu_e}^0, F_{\nu_\mu}^0, F_{\nu_\tau}^0)$	$(1/3, 2/3, 0)$	$(0, 1, 0)$	$(1, 0, 0)$
$[F_{\nu_e}^\oplus; F_{\nu_\mu}^\oplus; F_{\nu_\tau}^\oplus]$	$[0,35; 0,33; 0,32]$	$[0,26; 0,37; 0,37]$	$[0,53; 0,26; 0,21]$

Tabela 5.1: Tabela dos fluxos de sabores na fonte e na Terra. Nas linhas temos os fluxos de sabores leptônicos, sendo a primeira linha os fluxos na fonte e a segunda linha os fluxos na Terra. Nas colunas temos o tipo de decaimento ocorrido na fonte.

Apresentamos estes resultados plotando um triângulo ternário⁴ fig. 5.1 que representa as probabilidades de detectarmos cada auto-estado de sabor de neutrinos [46], onde usamos o marco vermelho para a fonte de decaimento de pions, (estado $(1/2, 2/3, 0)$); o azul para a fonte de decaimento do π com absorção do μ , (estado $(0, 1, 0)$), ou seja, o caso em que o múon não decai. E o verde para o decaimento β , (estado $(1, 0, 0)$).

²Simétrica somente se $P_{\alpha\beta} = P_{\beta\alpha}$, como no caso da probabilidade média

³Daqui em diante a probabilidade média passa a ser representada por $P_{\alpha\beta}$.

⁴Para uma melhor compreensão deste gráfico leia a apêndice Triângulo Ternário.

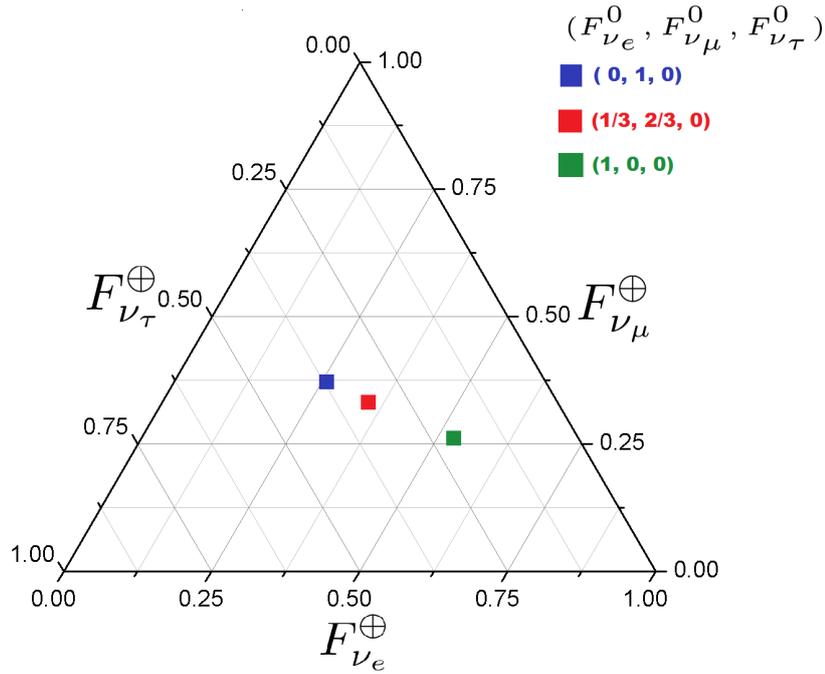


Figura 5.1: Triângulo Ternário; para o estado de sabor detectado na Terra, para $\sin^2\theta_{23}$ e $\delta = 0$

No capítulo dos resultados será mostrado o gráfico no triângulo ternário plotando todos os valores possíveis de δ e $\sin^2\theta_{23}$ no intervalo do nível de confiança de 3σ e $\sin^2\theta_{23}$ para 1σ e $0 < \delta < 2\pi$.

5.2

A razão de sabores dos fluxos

A chamada razão de sabores dos fluxos é definida como a razão do fluxo de neutrinos muônicos pelos fluxos restantes; ou seja, o fluxo de neutrinos eletrônicos e tauônicos, dado pela equação (5-2)

$$R = \frac{F_{\nu_\mu}^\oplus}{F_{\nu_e}^\oplus + F_{\nu_\tau}^\oplus}, \quad (5-2)$$

onde R é a razão dos fluxos de sabores leptônicos dos neutrinos. Isto significa o fluxo de eventos de trilhas pelos eventos de cascata.

Obtendo a combinação linear da eq. (5-1), temos:

$$F_{\nu_e}^\oplus = P_{ee}F_{\nu_e}^0 + P_{e\mu}F_{\nu_\mu}^0 + P_{e\tau}F_{\nu_\tau}^0, \quad (5-3)$$

$$F_{\nu_\mu}^\oplus = P_{\mu e}F_{\nu_e}^0 + P_{\mu\mu}F_{\nu_\mu}^0 + P_{\mu\tau}F_{\nu_\tau}^0, \quad (5-4)$$

e

$$F_{\nu\tau}^{\oplus} = P_{\tau e}F_{\nu e}^0 + P_{\tau\mu}F_{\nu\mu}^0 + P_{\tau\tau}F_{\nu\tau}^0. \quad (5-5)$$

Logo, substituindo as equações (5-3), (5-4) e (5-5) na eq.(5-2), temos novamente a proporção do fluxo de sabor em função das probabilidades médias de oscilação dada pela eq.(5-6);

$$R = \frac{P_{\mu e}F_{\nu e}^0 + P_{\mu\mu}F_{\nu\mu}^0 + P_{\mu\tau}F_{\nu\tau}^0}{(P_{ee}F_{\nu e}^0 + P_{e\mu}F_{\nu\mu}^0 + P_{e\tau}F_{\nu\tau}^0) + (P_{e\tau}F_{\nu e}^0 + P_{\tau\mu}F_{\nu\mu}^0 + P_{\tau\tau}F_{\nu\tau}^0)}. \quad (5-6)$$

Portanto, para a razão dos fluxos do decaimento β , temos a razão da probabilidade média de conversão de neutrinos eletrônicos em neutrinos muônicos pela soma das outras possíveis, que são a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico e a probabilidade de conversão do neutrino eletrônico em tauônico. Logo,

$$R^n = \frac{P_{e\mu}}{P_{ee} + P_{e\tau}} = \frac{P_{e\mu}}{1 - P_{e\mu}}. \quad (5-7)$$

Analogamente, para a razão de relação dos fluxos de absorção do múon. Temos:

$$R^\mu = \frac{P_{\mu\mu}}{P_{\mu e} + P_{\mu\tau}} = \frac{P_{\mu\mu}}{1 - P_{\mu\mu}}. \quad (5-8)$$

Para a proporção de sabor da fonte de píons, observando os dois decaimentos, do pión e em seguida do múon, temos uma emissão de neutrino do elétron e duas dos neutrinos muônicos. Portanto;

$$\begin{aligned} R^\pi &= \frac{2P_{\mu\mu} + P_{e\mu}}{P_{ee} + P_{e\tau} + 2P_{\mu e} + 2P_{\mu\tau}} \\ &= \frac{2P_{\mu\mu} + P_{e\mu}}{(1 - P_{e\mu}) + 2(1 - P_{\mu\mu})} \\ &= \frac{2P_{\mu\mu} + P_{e\mu}}{3 - (2P_{\mu\mu} + P_{e\mu})}. \end{aligned} \quad (5-9)$$

Analisando os decaimentos, $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ e $\mu \rightarrow e + \nu_e + \nu_\mu$, observamos a razão de duas probabilidades de sobrevivência dos neutrinos muônico mais a probabilidade de conversão do neutrino eletrônico em muônico pela soma do restante de ambas.

Nas figuras 5.2, 5.3 e 5.4, temos o comportamento das razões, respectivamente, das equações (5-7), (5-8) e (5-9) para os valores dos dados referentes a [41].

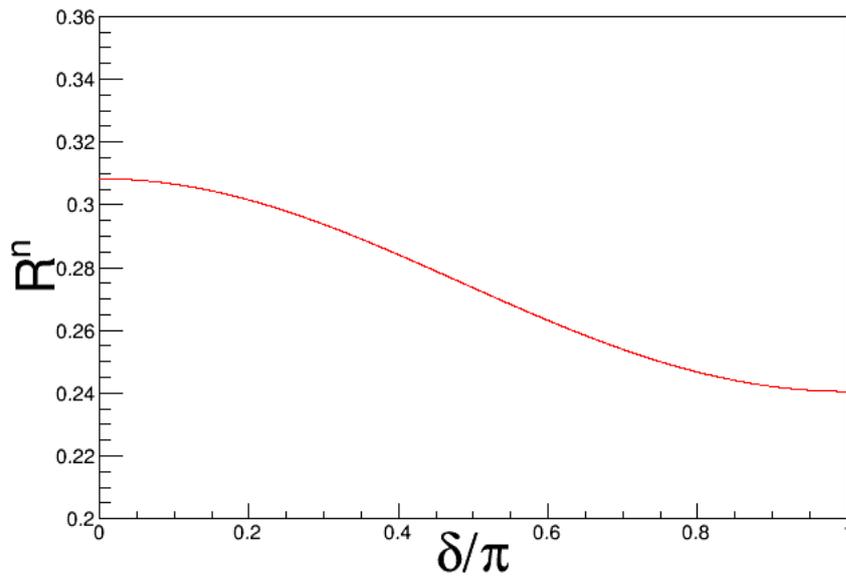


Figura 5.2: Razão para o decaimento β com os parâmetros sendo $\text{sen}^2(2\theta_{23}) = 1, 0$, $\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0, 83$ e $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0, 05$.

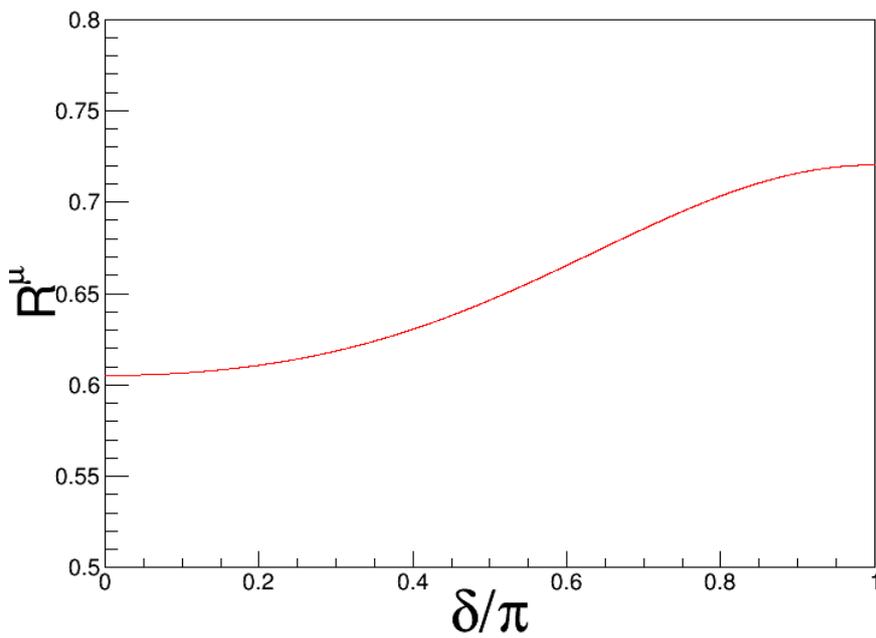


Figura 5.3: Razão para o decaimento do π com absorção do μ , R^μ com os parâmetros sendo $\text{sen}^2(2\theta_{23}) = 1, 0$, $\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0, 83$ e $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0, 05$.

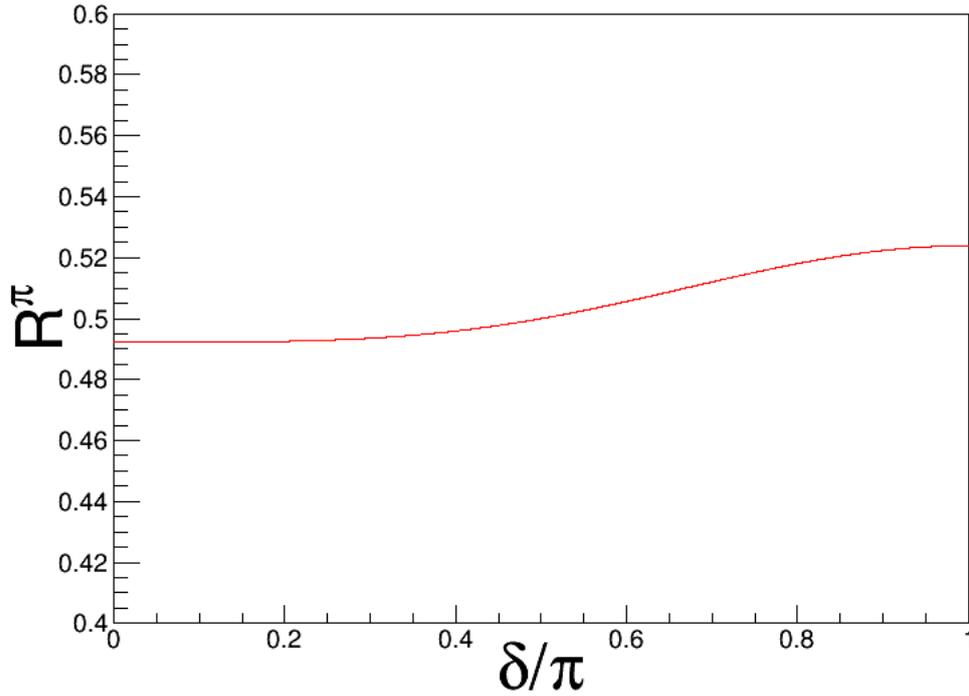


Figura 5.4: Razão para o decaimento do π sem absorção do μ , R^π com os parâmetros sendo $\text{sen}^2(2\theta_{23}) = 1,0$, $\text{sen}^2(2\theta_{12}) = 0,83$ e $\text{sen}^2(2\theta_{13}) = 0,05$.

Esses dados⁵ já foram atualizados. Por conseguinte, nos resultados analisaremos o comportamento das razões em função do ângulo δ da fase de violação CP , e também em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, utilizando os dados divulgados em [1].

⁵Parâmetros para oscilação de neutrinos $\delta, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$.

6 Resultados

Aqui apresentamos os resultados do estudo das probabilidades médias de oscilação, o fluxo de sabor leptônico dos neutrinos observados na Terra e o comportamento de suas razões em função do ângulo δ da fase da violação CP e em função do ângulo de mudança de sabor leptônico θ_{23} e o ordenamento de massa. Contudo, com os dados atualizados, fixando os valores de θ_{12} e θ_{13} , sendo $\text{sen}^2\theta_{12} = 0,304$ e $\text{sen}^2\theta_{13} = 0,0218$, conseqüentemente, $\text{cos}^2\theta_{12} = 0,696$ e $\text{cos}^2\theta_{13} = 0,978$. E, variando δ e θ_{23} dentro de seus intervalos nos níveis de confiança 3σ e 1σ para as ordens de massa normal e invertida como mostrado na tabela 6.1, referente à [1].

	1σ Ordem Normal	1σ Ordem Invertida	3σ Qualquer Ordem
$\text{sen}^2\theta_{12}$	0,304	0,304	0,304
$\text{sen}^2\theta_{13}$	0,0218	0,0218	0,0218
$\text{sen}^2\theta_{23}$	0,424 \rightarrow 0,504	0,542 \rightarrow 0,604	0,385 \rightarrow 0,644
δ	236° \rightarrow 345°	192° \rightarrow 317°	0° \rightarrow 360°

Tabela 6.1: Parâmetros para a oscilação em três sabores de neutrinos.

6.1 Probabilidades

A figura 6.1 mostra o comportamento das equações (4-41), (4-42), (4-43), (4-44), (4-45) e eq. (4-46), usando os respectivos valores dos ângulos de mistura de sabor θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} e ângulo de fase de violação CP δ obtidos em [41].

Na figura 6.1 podemos observar que a probabilidade média de sobrevivência do neutrino eletrônico P_{ee} se mantém constante ao longo de δ , pois é uma função independente de δ e θ_{23} , dependendo somente de θ_{12} e θ_{13} . Sua probabilidade média possui o maior valor, nesse caso sendo $P_{ee} \sim 0,55$, e as probabilidades médias de conversão do neutrino eletrônico, $P_{e\mu}$ e $P_{e\tau}$, oscilam aproximadamente entre 0,2 e 0,25. Isso quer dizer que o neutrino eletrônico é o mais árduo para alterar o seu sabor leptônico. As

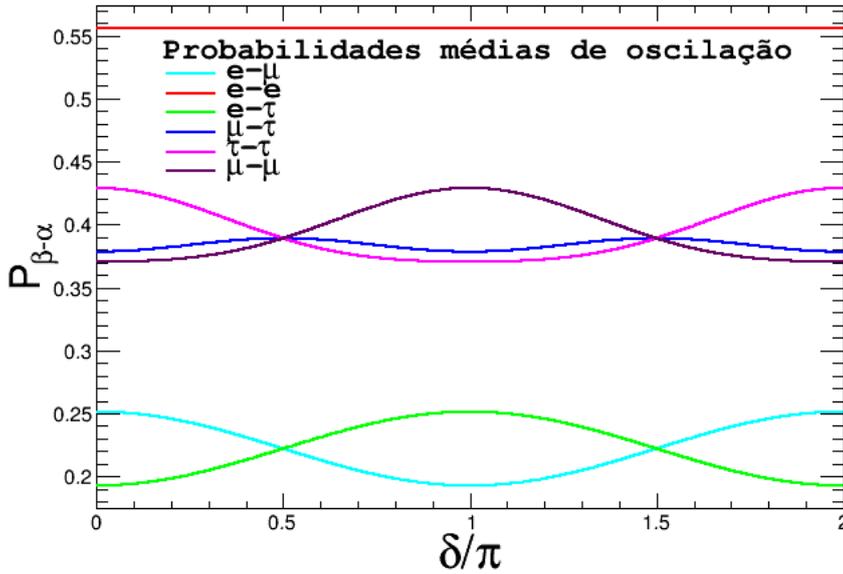


Figura 6.1: Probabilidades médias de oscilação de neutrinos em função da fase da violação de CP δ em radianos, com os valores estimados para, $\sin^2 2\theta_{13} = 0,1$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0,83$ e $\sin^2 2\theta_{23} = 1$.

probabilidades de conversão do neutrino eletrônico em muônico $P_{e\mu}$ e de sobrevivência do neutrino muônico $P_{\mu\mu}$ são as de maior importância neste trabalho, pois as usaremos para obter as razões dos fluxos de sabores.

Os valores de θ_{13} , assim como os valores de θ_{12} já são bem conhecidos com pequena margem de erro, no entanto, o ângulo θ_{23} ainda é muito impreciso, então, usando os dados atualizados mencionados na tabela 6.1, vamos plotar somente a probabilidade média de sobrevivência do neutrino muônico em função de δ fig. 6.2 e em função de $\sin^2 \theta_{23}$ fig. 6.3, e também, a probabilidade média de conversão do neutrino eletrônico em muônico em função do ângulo de fase da violação CP fig. 6.4 e em função de $\sin^2 \theta_{23}$ fig. 6.5, uma vez que as nossas razões dos fluxos de sabores são funções dependentes somente dessas duas probabilidades. Fixando os valores de θ_{12} e θ_{13} e variando o θ_{23} e δ , nos níveis de confiança de 3σ e 1σ para a ordenamento de massa normal e invertido, de acordo com os dados obtidos em [1].

Os ângulos de mistura de sabor possuem valores com incertezas, respectivamente, $\sin^2 \theta_{12} = 0,304^{+0,013}_{-0,012}$, $\sin^2 \theta_{23} = 0,452^{+0,052}_{-0,028}$ e $\sin^2 \theta_{13} = 0,0218^{+0,001}_{-0,001}$. Fixando os valores $\sin^2 \theta_{12} = 0,304$, e $\sin^2 \theta_{13} = 0,0218$, como mostrado na tabela 6.1, e assumindo $\sin^2 \theta_{23} = 0,5$ e a fase de violação CP $\delta = 0,00$. Obtemos a matriz de probabilidade¹, que é a matriz formada pelas probabilidades médias de cada sabor de oscilação:

¹Como já apresentada no capítulo anterior.

$$\begin{pmatrix} P_{ee} & P_{e\mu} & P_{e\tau} \\ P_{\mu e} & P_{\mu\mu} & P_{\mu\tau} \\ P_{\tau e} & P_{\tau\mu} & P_{\tau\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,527905 & 0,236048 & 0,236047 \\ 0,236048 & 0,381975 & 0,381976 \\ 0,236047 & 0,381976 & 0,381977 \end{pmatrix}, \quad (6-1)$$

sendo P_{ij} , onde $j = e, \mu, \tau$ é o sabor emitido e $i = e, \mu, \tau$ o sabor detectado e em sua diagonal estão os casos em que $i = j$, que são os casos de sobrevivência onde o sabor detectado é o mesmo que o sabor emitido. Podemos observar na matriz de probabilidades médias da equação (6-1), e também no gráfico fig. 6.1, que:

$$P_{ee} + P_{e\mu} + P_{e\tau} = P_{\mu e} + P_{\mu\mu} + P_{\mu\tau} = P_{\tau e} + P_{\tau\mu} + P_{\tau\tau} = 1, \quad (6-2)$$

ou seja a probabilidade de sobrevivência mais a de conversão deve ser igual a um.

A probabilidade média de sobrevivência do neutrino muônico $P_{\mu\mu}$, equação (4-44), pode ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned}
P_{\mu\mu} &= [(s_{12}c_{23})^2 + 2s_{12}c_{23}c_{12}s_{23}s_{13}c_\delta + (c_{12}s_{23}s_{13})^2]^2 + \\
&\quad + [(c_{12}c_{23})^2 - 2c_{12}c_{23}s_{12}s_{23}s_{13}c_\delta + (s_{12}s_{23}s_{13})^2]^2 + \\
&\quad + (s_{23}c_{13})^4 \\
&= [s_{12}^2c_{23}^2 + 2s_{12}c_{12}s_{13}s_{23}c_{23}c_\delta + c_{12}^2s_{13}^2s_{23}^2]^2 + \\
&\quad + [c_{12}^2c_{23}^2 - 2s_{12}c_{12}s_{13}s_{23}c_{23}c_\delta + s_{12}^2s_{13}^2s_{23}^2]^2 + \\
&\quad + c_{13}^4s_{23}^4 \\
&= [s_{12}^2c_{23}^2 + As_{23}c_{23}c_\delta + Bs_{23}^2]^2 + \\
&\quad + [c_{12}^2c_{23}^2 - As_{23}c_{23}c_\delta + Cs_{23}^2]^2 + \\
&\quad + c_{13}^4s_{23}^4 \\
&= [s_{12}^2c_{23}^2 + As_{23}c_{23}c_\delta]^2 + B^2s_{23}^4 + 2[s_{12}^2c_{23}^2 + As_{23}c_{23}c_\delta]Bs_{23}^2 \\
&\quad + [c_{12}^2c_{23}^2 - As_{23}c_{23}c_\delta]^2 + C^2s_{23}^4 + 2[c_{12}^2c_{23}^2 - As_{23}c_{23}c_\delta]Cs_{23}^2 + \\
&\quad + c_{13}^4s_{23}^4 \\
&= s_{12}^4c_{23}^4 + A^2s_{23}^2c_{23}^2c_\delta^2 + 2s_{12}^2As_{23}c_{23}^3c_\delta + B^2s_{23}^4 + 2s_{12}^2Bs_{23}^2c_{23}^2 + \\
&\quad + 2ABs_{23}^3c_{23}c_\delta + c_{12}^4c_{23}^4 + A^2s_{23}^2c_{23}^2c_\delta^2 - 2c_{12}^2As_{23}c_{23}^3c_\delta + C^2s_{23}^4 + \\
&\quad + 2c_{12}^2Cs_{23}^2c_{23}^2 - 2ACs_{23}^3c_{23}c_\delta + c_{13}^4s_{23}^4 \\
&= c_{23}^4(s_{12}^4 + c_{12}^4) + 2A^2c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 + 2Ac_{23}^3s_{23}c_\delta(s_{12}^2 - c_{12}^2) + \\
&\quad + 2BCs_{23}^2c_{23}^2(s_{12}^2 - c_{12}^2) + 2As_{23}^2c_{23}c_\delta(B - A) + s_{23}^4(B^2 + C^2 + c_{13}^4).
\end{aligned} \tag{6-3}$$

onde $A = 2s_{12}c_{12}s_{13} \simeq 0,136$, $B = c_{12}^2s_{13}^2 \simeq 0,01513$ e $C \simeq s_{12}^2s_{13}^2 = 0,007$. Substituindo os valores de A , B e C , s_{12} , s_{13} , c_{12} e c_{13} na eq. (6-3), podemos reescrever a probabilidade de sobrevivência do neutrino do múon somente em função de θ_{23} e δ , assim temos:

$$\begin{aligned}
P_{\mu\mu}(\theta_{23}, \delta) &\simeq c_{23}^4(s_{12}^4 + c_{12}^4) + 2A^2c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 + \\
&\quad + 2Ac_{23}^3s_{23}c_\delta(s_{12}^2 - c_{12}^2) + 2BCs_{23}^2c_{23}^2(s_{12}^2 - c_{12}^2) + \\
&\quad + 2As_{23}^2c_{23}c_\delta(B - A) + s_{23}^4(B^2 + C^2 + c_{13}^4) \\
&\simeq c_{23}^4(0, 577) + 2(0, 136)^2c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 + 2(0, 136)c_{23}^3s_{23}c_\delta(-0, 392) + \\
&\quad + 2(0, 01513)(0, 007)s_{23}^2c_{23}^2(-0, 392) + \\
&\quad + 2(0, 136)s_{23}^2c_{23}c_\delta(0, 01513 - 0, 136) + s_{23}^4((0, 01513)^2 + \\
&\quad + (0, 007)^2 + (1 - 0, 0218)^2) \\
&\simeq 0, 58c_{23}^4 + 0, 037c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 - 0, 1c_{23}^2s_{23}c_\delta - 0, 033s_{23}^2c_{23}c_\delta + \\
&\quad + 0, 96s_{23}^4 - 0, 8 \times 10^{-5}s_{23}^2c_{23}^2 \\
&\simeq 0, 58(1 - s_{23}^2)^2 + 0, 037c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 - 0, 1c_{23}^2s_{23}c_\delta - 0, 033s_{23}^2c_{23}c_\delta + \\
&\quad + 0, 96s_{23}^4 - 0, 8 \times 10^{-5}s_{23}^2c_{23}^2 \\
&\simeq 0, 58(1 + s_{23}^4 - 2s_{23}^2) + 0, 037c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 - 0, 1c_{23}^2s_{23}c_\delta + \\
&\quad - 0, 033s_{23}^2c_{23}c_\delta + 0, 96s_{23}^4 - 0, 8 \times 10^{-5}s_{23}^2c_{23}^2 \\
&\simeq 0, 58 - 1, 16s_{23}^2 + 0, 037c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 - 0, 1c_{23}^2s_{23}c_\delta + \\
&\quad - 0, 033s_{23}^2c_{23}c_\delta + 1, 54s_{23}^4 - 0, 8 \times 10^{-5}s_{23}^2c_{23}^2. \tag{6-4}
\end{aligned}$$

Aproximando a probabilidade média de sobrevivência do neutrino muônico, desprezando o termo de menor ordem de grandeza, 10^{-5} , temos uma função do tipo:

$$\begin{aligned}
P_{\mu\mu}(\theta_{23}, \delta) &\sim 0, 58 - 1, 16s_{23}^2 + 0, 037c_{23}^2s_{23}^2c_\delta^2 - 0, 1c_{23}^2s_{23}c_\delta + \\
&\quad - 0, 033s_{23}^2c_{23}c_\delta + 1, 54s_{23}^4. \tag{6-5}
\end{aligned}$$

Então, os termos dominantes são $-c_\delta$ e s_{23}^4 . Temos então, um comportamento do tipo $-\cos \delta$ em função de δ , como mostrado na fig. 6.2 e um crescimento parabólico em função de $\sin^2 \theta_{23}$ na fig. 6.3.

Fazendo o mesmo para a probabilidade média de um neutrino eletrônico ser detectado como um muônico temos:

$$\begin{aligned}
P_{e\mu}(\theta_{23}, \delta) &\simeq 0, 052c_{23}s_{23}c_\delta + 0, 414c_{23}^2 + 0, 034s_{23}^2 \\
&\simeq 0, 052c_{23}s_{23}c_\delta + 0, 414(1 - s_{23}^2) + 0, 034s_{23}^2 \\
&\simeq 0, 414 + 0, 052c_{23}s_{23}c_\delta - 0, 38s_{23}^2 \tag{6-6}
\end{aligned}$$

Os termos dominantes da probabilidade média de conversão do neutrino do elétron em neutrino do múon eq. (6-6) são c_δ e $-s_{23}^2$. Portanto, seu gráfico tem um comportamento do tipo $\cos \delta$ em função de δ na fig. 6.4 e uma equação linear decrescente na fig. 6.5.

Podemos observar que os casos onde $\sin^2 \theta_{23} = 0,5$ nas figuras 6.2 e 6.4, estão de acordo com as probabilidades $P_{\mu\mu}$ e $P_{e\mu}$ obtidas na figura 6.1.

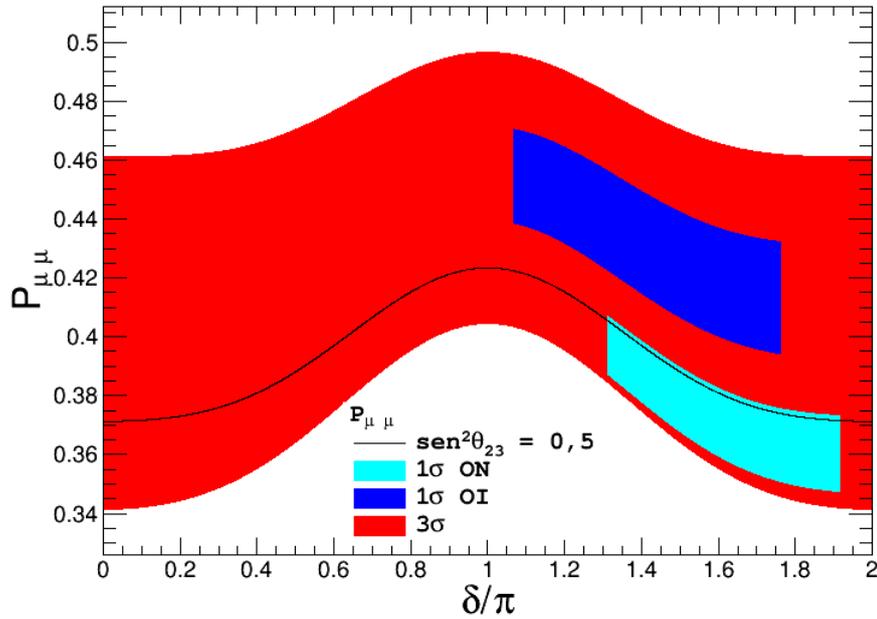


Figura 6.2: Probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico em função do ângulo δ da fase de violação CP , para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal ON e para a ordem invertida OI , e também um suposto caso particular fixando o valor de $s_{23}^2 = 0,5$.

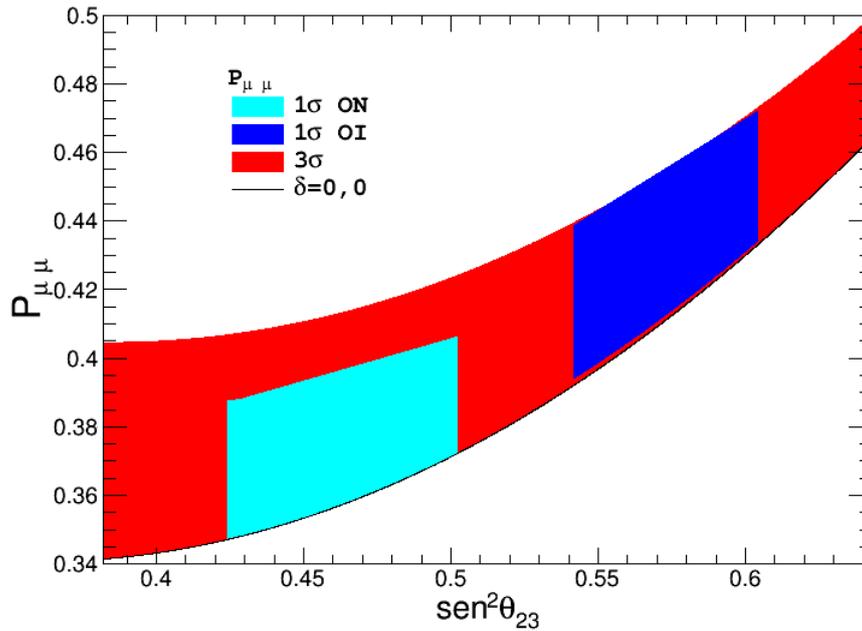


Figura 6.3: Probabilidade de sobrevivência do neutrino muônico em função de $\sin^2\theta_{23}$, para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal *ON* e para a ordem invertida *OI*, e também no caso particular fixando o valor de $\delta = 0$.

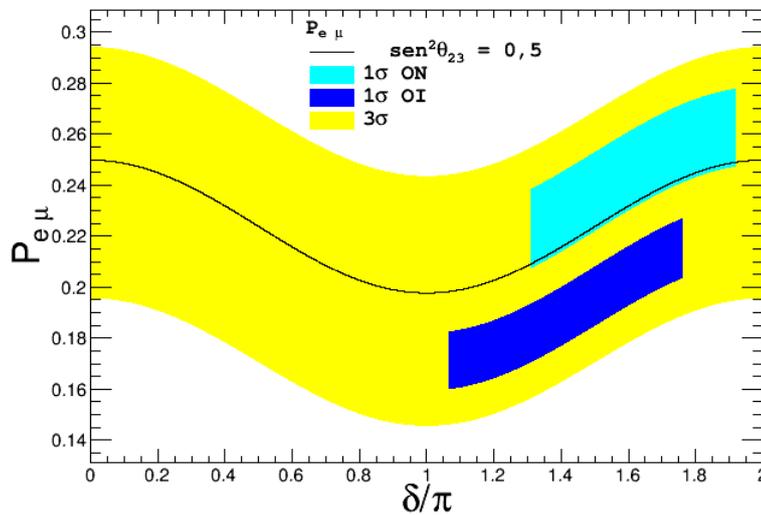


Figura 6.4: Probabilidade média de conversão do neutrino eletrônico em neutrino muônico em função do ângulo δ da fase de violação *CP*, para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal *ON* e para a ordem invertida *OI*, e também um suposto caso particular fixando o valor de $s_{23}^2 = 0, 5$.

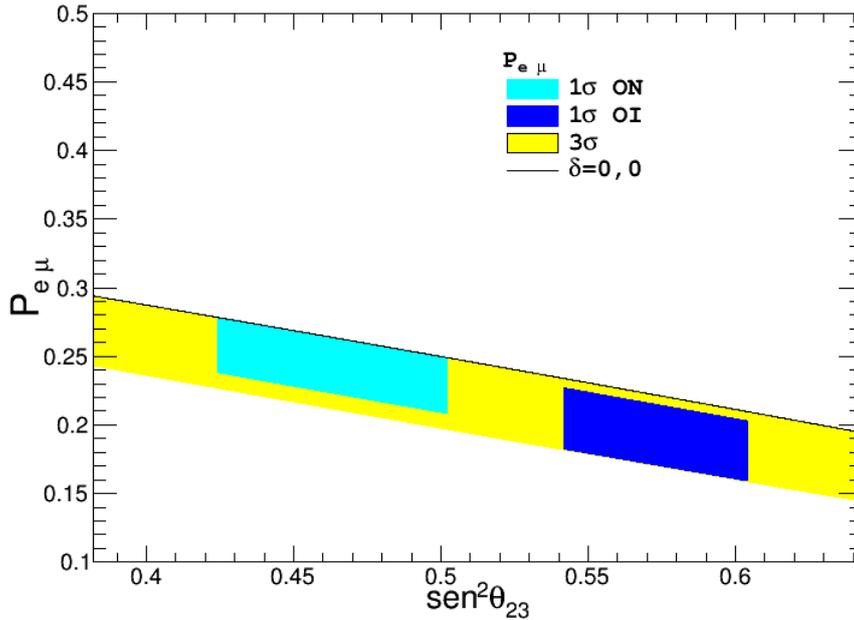


Figura 6.5: Probabilidade média de conversão do neutrino do elétron em neutrino do múon em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, para os intervalos nos níveis de confiança de 3σ , e 1σ para a hierarquia de massa na ordem normal ON e para a ordem invertida OI , a linha negra para o caso em que $\delta = 0, 0$.

6.2

Fluxo de sabor na Terra

O gráfico da figura 6.6 foi feito variando δ entre 0 e 2π e o $\text{sen}^2\theta_{23}$ no intervalo de confiança de 3σ , (ou seja, $\text{sen}^2\theta_{23}$ entre 0,385 e 0,644). A região negra corresponde ao fluxo de sabor na Terra para todas as fontes $(F_{\nu_e}^0, 1 - F_{\nu_e}^0, 0)$ que emitem neutrinos do elétron e do múon, variando $F_{\nu_e}^0$ entre 0 a 1. Contidos nesta região estão os casos particulares dos fluxos nas fontes em observação sendo $(0, 1, 0)$, $(1/3, 2/3, 0)$ e $(1, 0, 0)$, cujos fluxos detectados são representados respectivamente, pelas regiões azul, vermelha e verde.

Observamos que o fluxo de neutrinos eletrônicos obtidos na Terra $F_{\nu_e}^\oplus$ a partir de uma fonte de decaimento $\beta (1; 0; 0)$, tem uma variação muito pequena entre os intervalos de θ_{23} e δ , aproximadamente $0,5 < F_{\nu_e}^\oplus < 0,6$, enquanto as fontes do decaimento do $\pi (1/3; 2/3; 0)$ e do decaimento do π com absorção do μ , o fluxo de sabores na Terra possuem grandes variações em todos os sabores, isto está relacionado com a dependência de θ_{23} e δ nas probabilidades.

Na figura 6.7 temos o mesmo esquema do gráfico em fig. 6.6, porém com o intervalo de 1σ para a ordem normal da hierarquia de massa, variando $0,424 < \text{sen}^2\theta_{23} < 0,504$.

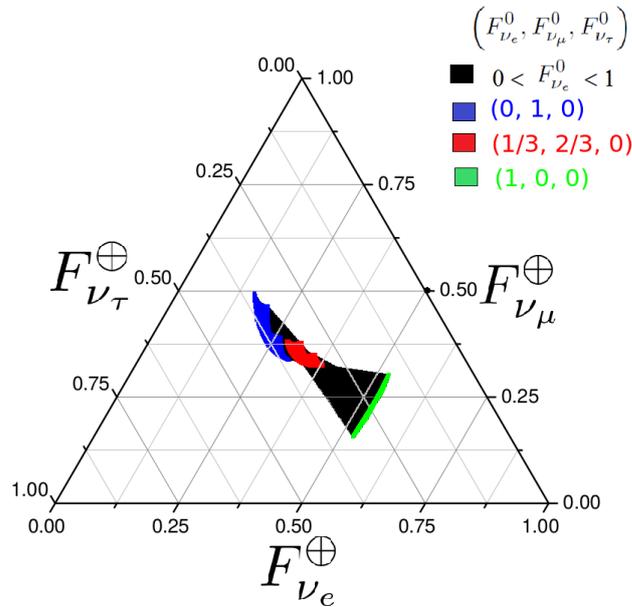


Figura 6.6: Triângulo ternário para a taxa de sabor na Terra, para o nível de confiança de 3σ , variando $0,382 \leq \sin^2\theta_{23} \leq 0,643$, $0,00 \leq \delta \leq 2\pi$ e $0 \leq F_{\nu_e}^{\oplus} \leq 1$.

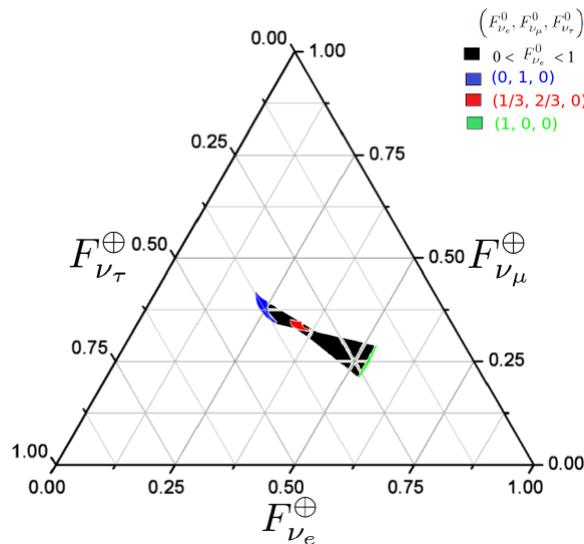


Figura 6.7: Triângulo ternário para a taxa de sabor na Terra, para o nível de confiança de 1σ do ordenamento normal, variando $0,424 \leq \sin^2\theta_{23} \leq 0,504$, $0,00 \leq \delta \leq 2\pi$.

Os resultados nas figuras 6.6 e 6.7 estão contidos na região do gráfico fig. 6.8, que foi obtido em [47], porém em uma região menor, por terem sido fixados os valores² de $\sin^2\theta_{12}$ e $\sin^2\theta_{13}$. A fonte $(1; 1; 0)$ da figura 6.8 é um caso hipotético, poderia ser para o decaimento do múon, este não foi abordado em particular neste trabalho, porém pertence a região negra das figuras 6.6 e

²E também pelo fato do gráfico estar em diferente divisão da escala.

6.7, que é um caso geral para todas as fontes, ou seja, $0 \leq F_{\nu_e}^0 \leq 1$.

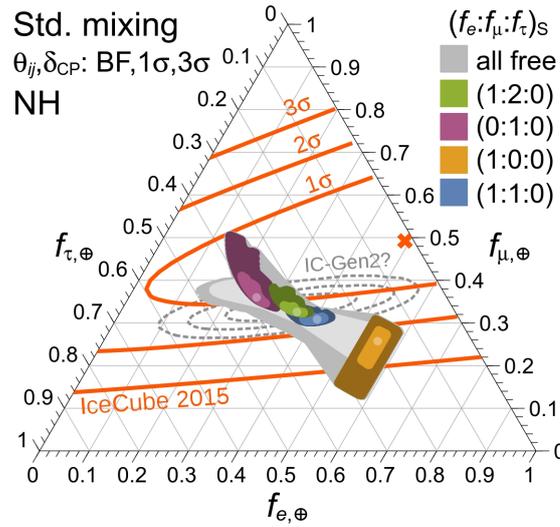


Figura 6.8: Triângulo Ternário variando todos os ângulos de mistura de sabor leptônico θ_{ij} e o ângulo de fase δ , no ordenamento normal para os intervalos de confiança 3σ nas cores escuras e 1σ nas cores claras.

O gráfico da figura 6.9, corresponde ao fluxo na Terra para os três casos particulares de fluxos nas fontes, $(1/3, 2/3, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(1, 0, 0)$, variando $\sin^2\theta_{23}$ e δ no intervalo de 1σ da ordem invertida da hierarquia de massa. Este, podemos comparar com o gráfico na fig. 6.10 obtido em [48], cujos pontos satisfazem as regiões plotadas nas figuras 6.9 e 6.6. Embora o ponto de melhor ajuste esteja fora, todas as regiões dentro do triângulo estão compatíveis baseado nos dados observados até agora, portanto ainda não podemos identificar o tipo de fonte a partir de dados observados.

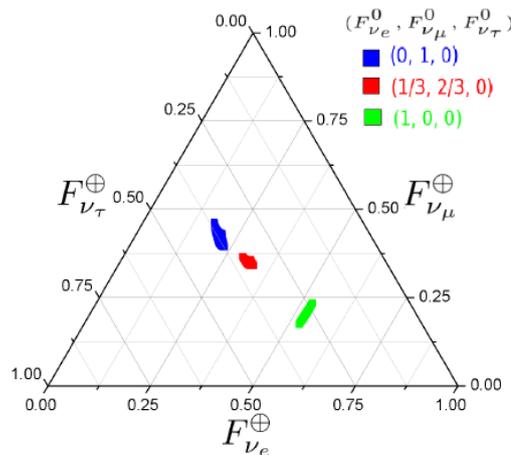


Figura 6.9: Triângulo Ternário variando os parâmetros $\sin^2\theta_{23}$ e δ no intervalo de nível de confiança de 1σ do ordenamento invertida da hierarquia de massa.

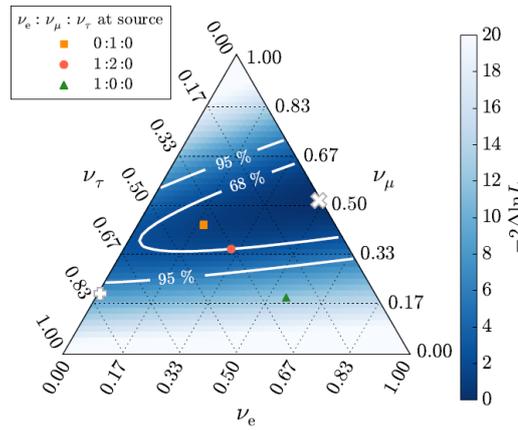


Figura 6.10: Triângulo Ternário da transição de sabor esperada para as três fontes discutidas, sendo: $(1/3, 2/3, 0) \rightarrow (0, 31; 0, 35; 0, 34)$, normalizado, para o decaimento do pión; $(0, 1, 0) \rightarrow (0, 19; 0, 43; 0, 38)$ para o decaimento do pión com absorção do múon; e, $(1, 0, 0) \rightarrow (0, 55; 0, 19; 0, 26)$ para o decaimento beta.

Este tipo de plotagem, além de nos informar o fluxo de sabores leptônicos na Terra, observando a região marcada no gráfico, permitem-nos estimar que tipo de decaimento sucedeu na fonte. Por outro lado, não mostra informação quanto aos ângulos de mistura de sabores leptônicos e do ângulo δ da fase de violação CP .

6.3 Razões dos fluxos de sabores leptônicos

Vamos agora estudar o comportamento das razões dos fluxos de sabores leptônicos em função da fase δ de violação CP e em função de $\sin^2\theta_{23}$.

Substituindo a eq. (6-5) na eq. (5-8), para reescrever a R^μ , mas agora, somente em função de θ_{23} e δ . Temos então:

$$R^\mu(\theta_{23}, \delta) \sim \frac{P_{\mu\mu}(\theta_{23}, \delta)}{1 - P_{\mu\mu}(\theta_{23}, \delta)} \quad (6-7)$$

Analisando os comportamentos dos gráficos da fig 6.11 e da fig. 6.12, vemos um comportamento do tipo $-\cos\delta$ na fig. 6.11 e um crescimento parabólico em função de $\sin^2\theta_{23}$ na fig. 6.12, isso devido a eq. (6-7) ter em seu numerador os termos dominantes $-c_\delta$ e s_{23}^4 , e, em seu denominador, um menos o numerador. Portanto, quando cresce o numerador decresce o denominador, aumentando o crescimento da função em $\sin^2\theta_{23}$ e oscilando em função de δ .

Quanto maior for a razão, significa que maior será o fluxo de neutrinos muônicos, e quanto menor a razão, maior são os fluxos de neutrinos eletrônicos

e tauônicos. Podemos observar no gráfico fig. 6.11 que, para o nível de confiança de 3σ , R^μ é máximo quando $\delta = \pi$ e mínimo em $\delta = 0$ e $\delta = 2\pi$, para cada $R^\mu(\theta)$. No nível de confiança de 1σ ; temos um fluxo de neutrinos muônicos maior para o intervalo de θ_{23} do ordenamento da hierarquia de massa invertida, que também pode ser observado na figura 6.12 que é o gráfico da razão do decaimento do pión na ausência do decaimento do múon R^μ em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$.

Reescrevendo a razão do decaimento beta, eq. (5-7) em função de θ_{23} e δ temos:

$$R^n(\theta_{23}, \delta) = \frac{0,414 + 0,052c_{23}s_{23}c_\delta - 0,38s_{23}^2}{1 - (0,414 + 0,052c_{23}s_{23}c_\delta - 0,38s_{23}^2)}. \quad (6-8)$$

Temos os termos dominantes c_δ e $-s_{23}^2$, logo R^n descreve o gráfico em função de δ , figura 6.13, sendo conduzido pelo $\cos\delta$, que ao contrário de R^μ , a razão R^n para cada θ_{23} é mínima em $\delta = \pi$ e máxima em $\delta = 0$ e $\delta = 2\pi$. Na figura 6.14, temos o comportamento de R^n em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, sendo liderado por $-s_{23}^2$ descrevendo uma equação linear decrescente; observamos neste caso que nos intervalos de 1σ o fluxo de neutrinos muônicos é maior para a hierarquia de ordem normal.

Agora, substituindo a eq. (6-6) e a eq. (6-5) na eq. (5-9), podemos reescrever R^π em função somente de θ_{23} e δ :

$$R^\pi(\theta_{23}, \delta) \sim \frac{2P_{\mu\mu}(\theta_{23}, \delta) + P_{e\mu}(\theta_{23}, \delta)}{3 - (2P_{\mu\mu}(\theta_{23}, \delta) + P_{e\mu}(\theta_{23}, \delta))}, \quad (6-9)$$

Nos casos anteriores, R^μ depende somente da probabilidade de sobrevivência do múon $P_{\mu\mu}$; e R^n somente em termos de $P_{e\mu}$. Já para a razão do decaimento do pión seguido do decaimento do múon R^π , vemos na equação (6-9) que R^π é um caso misto em termos de $2P_{\mu\mu}$ e $P_{e\mu}$, isso devido a fonte (1; 2; 0) emitir dois neutrinos muônicos para cada neutrino eletrônico. Como o termo $2P_{\mu\mu}(\theta, \delta)$ predomina, $R^\pi(\theta_{23}, \delta)$ é conduzido pelo termo $-c_\delta$ em função de δ fig. 6.15, e é claro, o valor máximo de R^π para cada θ_{23} está em $\delta = \pi$. Na fig. 6.16 temos o comportamento de R^π em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$ em que o termo $\text{sen}^4\theta_{23}$ conduz a uma função parabólica, observa-se que para o intervalo de confiança de 1σ o maior fluxo é o da ordem invertida. Este caso em particular, apresenta uma anomalia aparente, pois a região da ordem invertida da hierarquia de mass no nível de confiança de 1σ está do tamanho da região de 3σ ; e ambos os casos anteriores, a razão para $\delta = 0, 0$ em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$ transpõe somente a hierarquia normal, e neste caso está transpondo ambas

as ordens, favorecendo mais a ordem invertida conforme aumenta $\text{sen}^2\theta_{23}$, o motivo deste fato ainda está sendo analisado.

A grande importância do estudo das razões do fluxo de sabores, é que, devido aos poucos eventos observados até agora pelo IceCube, é difícil determinar com boa precisão os fluxos de sabores de neutrinos, pois muitos neutrinos por segundo estão atravessando o detector sem sofrerem quaisquer interações. Somente alguns eventos são observados, e no caso dos eventos de cascatas ainda não é possível distinguir se foi um evento de neutrinos eletrônicos ou tauônicos. Mas a razão dos eventos detectados, dos eventos de trilhas pelos de cascatas, está na mesma proporção que o total dos fluxos de sabores que entram no detector.

Não conhecemos o valor do ângulo δ da fase de violação CP e também não temos um valor preciso para o ângulo de mistura de sabor entre a primeira e segunda geração θ_{23} . Portanto, plotamos as razões em função de δ e $\text{sen}^2\theta_{23}$ a fim de ajustar esses parâmetros, que será possível quando um deles for bem conhecido. No futuro, quando o experimento IceCube obtiver maior número de eventos, possibilitando identificar a fonte (ou mecanismo de produção) de neutrinos, e conseguir medir a razão de sabor dos fluxos de neutrinos astrofísicos de altas energias com maior precisão, será possível obter alguma informação sobre os valores da fase δ e o ângulo θ_{23} , independentemente de outros experimentos de neutrinos.

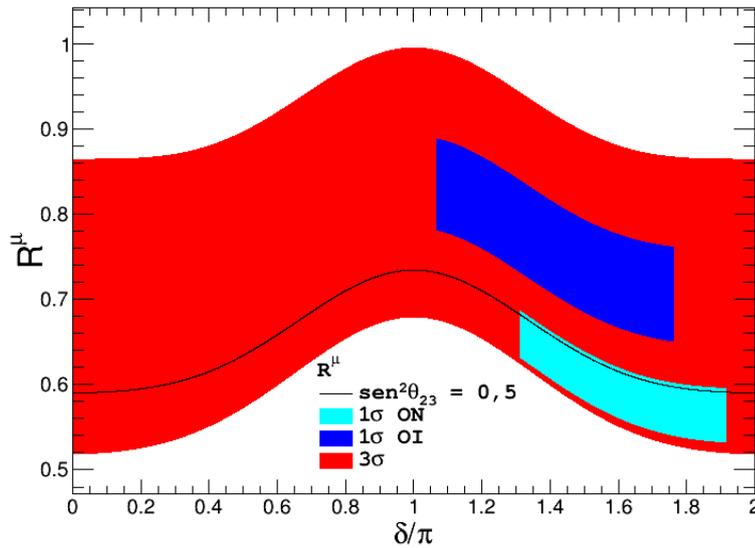


Figura 6.11: Razão dos fluxos, originados de um decaimento de píons com a absorção de múon R^μ , em função da fase δ , variando δ e θ_{23} em 3σ , $1\sigma ON$ para a ordem normal da hierarquia de massa e $1\sigma OI$ para a ordem invertida da hierarquia de massa, e, também, para $\text{sen}^2\theta_{23} = 0,5$.

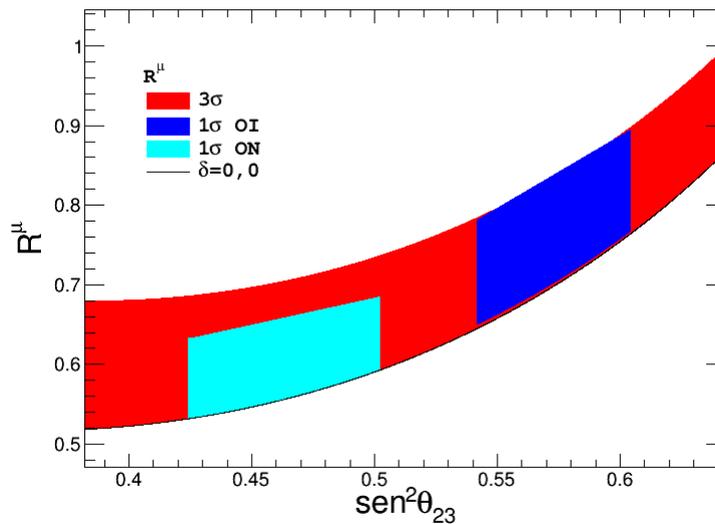


Figura 6.12: Razão dos fluxos do decaimento de píons com a absorção de múon R^μ , em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, variando δ e θ_{23} em 3σ , $1\sigma ON$ para a ordem normal da hierarquia de massa e $1\sigma OI$ para a ordem invertida da hierarquia de massa, e um caso particular fixando $\delta = 0,0$.

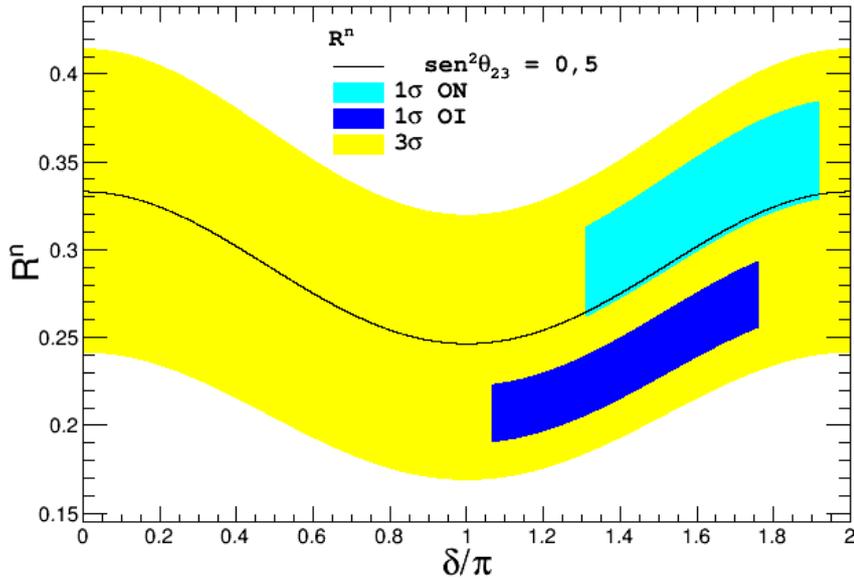


Figura 6.13: Razão dos fluxos para o decaimento beta R^n , em função da fase δ , variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ ON para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ OI para a ordem invertida da hierarquia de massa, e, também, para $\text{sen}^2\theta_{23} = 0,5$.

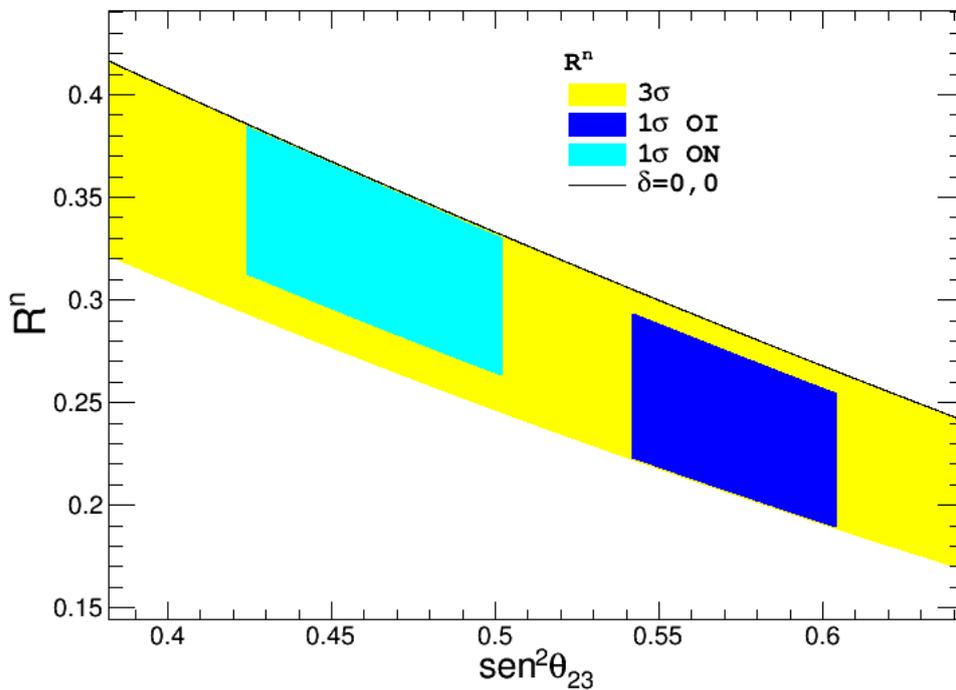


Figura 6.14: Razão dos fluxos de um decaimento beta, R^n , em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ ON para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ OI para a ordem invertida da hierarquia de massa e caso particular fixando $\delta = 0,0$.

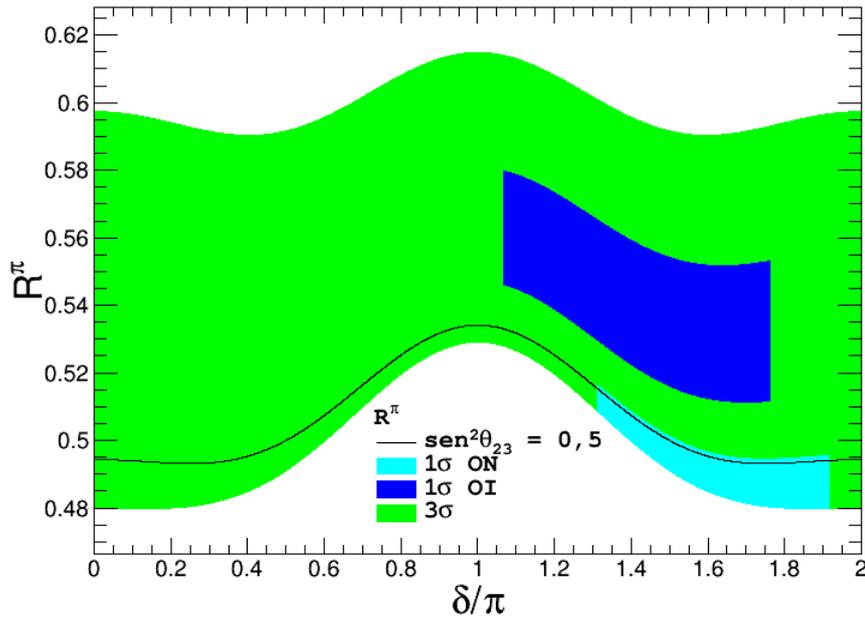


Figura 6.15: Razão para o decaimento do pión, estando presente também os neutrinos devido ao decaimento do múon R^π , em função da fase δ , variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ ON para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ OI para a ordem invertida da hierarquia de massa, e, também, para $\text{sen}^2\theta_{23} = 0,5$.

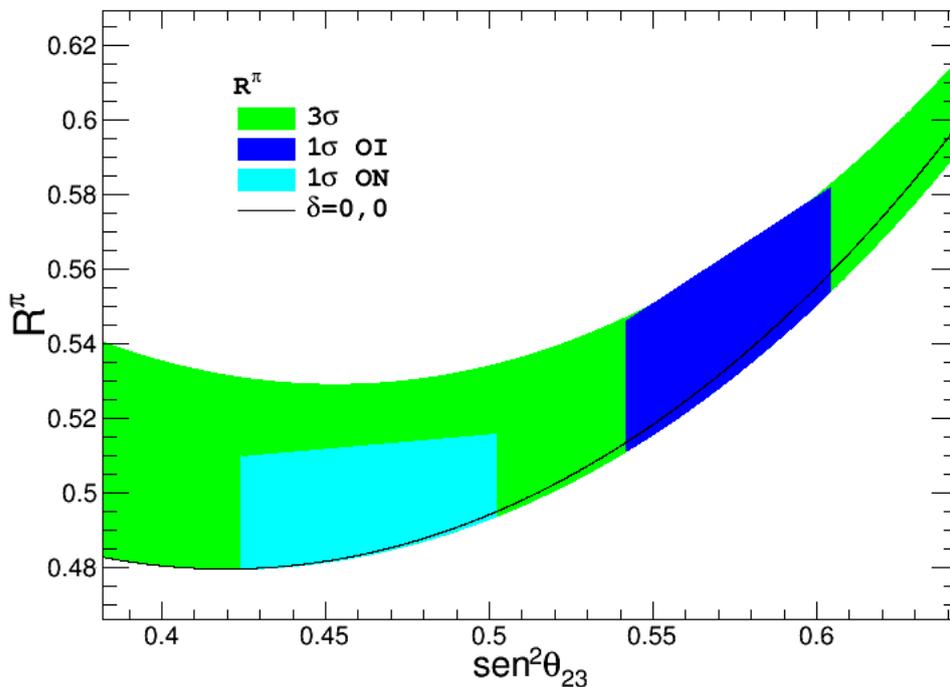


Figura 6.16: Razão de um decaimento de pions π ocorrendo também o decaimentos dos múons μ , R^n , em função de $\text{sen}^2\theta_{23}$, variando δ e θ_{23} em 3σ , 1σ ON para a ordem normal da hierarquia de massa e 1σ OI para a ordem invertida da hierarquia de massa e caso particular fixando $\delta = 0, 0$.

7

Conclusão

O grande detector IceCube pode apontar em direção às fontes de origem dos neutrinos de seus respectivos eventos. Conhecendo o ângulo de mistura de sabor θ_{23} e a fase δ , observando o fluxo de sabor leptônico F^\oplus na Terra, temos informação de como era o fluxo em sua fonte F^0 através da relação $F^0 = P^{-1}F^\oplus$, que é a inversa da eq. (5-1). Onde P é a matriz de probabilidade média. E com a plotagem dos fluxos de sabores leptônicos na Terra em um triângulo ternário, apresentados nas figuras fig. 6.6, fig. 6.7 e fig. 6.9, podemos sondar o mecanismo de produção de neutrinos em sua fonte estimando que tipo de decaimento foi sucedido na fonte.

Por exemplo: Um fluxo de sabor leptônico na Terra ($F_{\nu_e}^\oplus; F_{\nu_\mu}^\oplus; F_{\nu_\tau}^\oplus$) detectado como (0, 31; 0, 35; 0, 34) foi emitido na fonte com o fluxo de sabor (1/3, 2/3, 0), que é o fluxo normalizado emitido por um decaimento de pión seguido do decaimento do múon, $\pi^\pm \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)\mu^\pm \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)e^\pm\nu_e(\bar{\nu}_e)\bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$, o número de neutrinos resultante neste decaimento é um neutrino eletrônico e dois neutrinos muônicos. Que devido a oscilação de neutrinos, ocorrem mudanças em seus sabores leptônicos ao longo de sua viagem até a Terra.

Para o fluxo na Terra (0, 19; 0, 43; 0, 38), indica que na fonte está emitindo o fluxo (0, 1, 0), que é o fluxo de um decaimento do pión sem a presença do decaimento do múon, $\pi^\pm \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)\mu^\pm$, onde tem a produção de um neutrino muônico. Temos também o fluxo (0, 55; 0, 19; 0, 26) que na fonte foi emitido como (1, 0, 0), que é o caso do decaimento beta, $n \rightarrow pe^-\bar{\nu}_e$, que produz um anti-neutrino eletrônico. Os dados deste exemplo estão plotados na figura 6.10 referente à [48], esses dados estão contidos nas regiões da figura 6.9, que pertence ao intervalo de 1σ da hierarquia invertida.

Como o detector IceCube só distingue dois eventos, os de trilhas para os neutrinos muônicos e o evento de cascata para os neutrinos eletrônicos e tauônicos, e este ainda não pode distinguir os eletrônicos dos tauônicos. Para eliminar incertezas de medição dos fluxos, analisamos a razão de sabor dos fluxos de neutrinos, que é definido como o fluxo de trilhas sobre o de cascata, eq. (5-2), para as três fontes estudadas anteriormente, (1/3, 2/3, 0),

$(0, 1, 0)$ e $(1, 0, 0)$. E seus comportamentos em função do ângulo de mistura θ_{23} e da fase δ da violação CP , através dos gráficos nas figuras 6.11, 6.12, 6.13, 6.14, 6.15 e 6.16. Como estudado em [41], porém usando os dados dos parâmetros de oscilação atualizados obtidos em [1], fixando $\sin^2\theta_{12} = 0,304$ e $\sin^2\theta_{13} = 0,0218$ e variando θ_{23} e δ nos intervalos de 3σ e 1σ para os ordenamentos, normal e invertido, da hierarquia de massa. Conhecendo os parâmetros θ_{23} e δ por meio de outro experimento, sabemos as suas razões e informação quanto a sua hierarquia.

8 Apêndice

8.1 A radiação Cherenkov

Em 1958, o físico soviético Pavel Cherenkov foi vencedor do prêmio Nobel com a descoberta do fenômeno conhecido como Radiação Cherenkov em 1934 [26]. Quando uma partícula carregada viaja através de um meio, com velocidade maior que a da luz nesse meio¹, o campo elétrico desta partícula perturba o meio, emitindo um cone de luz azul chamado de radiação Cherenkov. Este efeito é análogo à onda de choque causado por um caça supersônico quando ultrapassa a velocidade do som.

O ângulo θ que o vértice do cone da Cherenkov faz com a trajetória da partícula, como mostrado na figura 8.1, é dado pela equação (8-1).

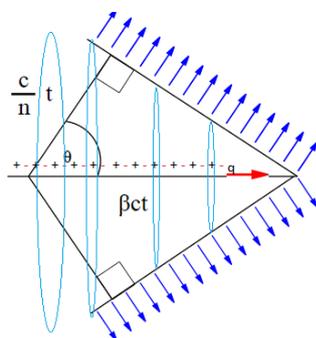


Figura 8.1: Esquema que representa o cone da radiação Cherenkov.

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta\eta}, \quad (8-1)$$

onde β é a razão da velocidade da partícula pela velocidade da luz no vácuo $\beta = v/c$ e η é o índice de refração² do meio.

¹Como exemplo, a luz viaja na água com velocidade próxima a $0,75c$, enquanto que o múon pode atingir uma velocidade de até $0,98c$, onde c é a velocidade da luz no vácuo (próximo a 3×10^8 m/s).

² O índice de refração é dado pela razão da velocidade da luz no vácuo pela velocidade da luz no meio $\frac{c}{v_{luz}}$

A velocidade limite para haver emissão da radiação Cherenkov deve satisfazer $\beta > \frac{1}{\eta}$ portanto $v > \frac{c}{\eta}$, a abertura do cone de radiação aumenta conforme aumenta a velocidade da partícula e tem abertura máxima quando $\beta = 1$, ou seja, se a partícula se movesse na velocidade da luz, o ângulo de abertura do cone seria $\theta_{max} = \arccos(1/\eta)$.

A equação de Einstein para energia-massa nos diz

$$E = Mc^2 = \gamma m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (8-2)$$

e a relação da energia com o momento linear

$$E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2, \quad (8-3)$$

onde o termo $m_0 c^2$ é a energia de repouso.

Para haver a radiação Cherenkov a velocidade do lépton v_l no meio η deve ser, no mínimo, maior que c/η . Portanto, o módulo do momento linear que a partícula deve ter para emitir radiação Cherenkov será;

$$\begin{aligned} p &\geq \frac{m_0 c^2}{c\sqrt{1 - \beta^2}} \\ &\geq \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v_l^2}{c^2}}} \\ &\geq \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{\eta^2 c^2}}} \\ &\geq \eta \frac{m_0 c}{\sqrt{\eta^2 - 1}}, \end{aligned} \quad (8-4)$$

O momento linear mínimo será; então:

$$p_{\text{mínimo}} = \eta \frac{m_0 c}{\sqrt{\eta^2 - 1}}. \quad (8-5)$$

8.2

Dilatação do tempo

Imaginemos um vagão com velocidade \vec{u} em relação à plataforma. Suponhamos que o vagão possua uma lâmpada acesa no teto. Um observador no referencial O' dentro desse vagão mede o intervalo de tempo $\Delta t'$ que a luz leva para percorrer uma distância H do teto ao chão do vagão.

$$\Delta t' = \frac{H}{c} \rightarrow H = c\Delta t'. \quad (8-6)$$

Para outro observador, no referencial O , situado fora do vagão, a trajetória da luz, cuja distância percorrida é $c\Delta t$, está na diagonal de um triângulo retângulo, onde os catetos são a altura do vagão H e a distância percorrida por ele, $u\Delta t$. Logo, temos

$$c^2\Delta t^2 = u^2\Delta t^2 + H^2. \quad (8-7)$$

Substituindo H da equação (8-7) pelo da (8-6) temos

$$\begin{aligned} c^2\Delta t^2 &= u^2\Delta t^2 + c^2\Delta t'^2 & (8-8) \\ \Delta t^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) &= \Delta t'^2 \\ \Delta t &= \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}. \end{aligned}$$

Definindo o fator de Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$,

chegamos à expressão da dilatação do tempo

$$\Delta t = \gamma\Delta t'. \quad (8-9)$$

Chamamos de tempo próprio o intervalo medido pelo observador que está no referencial O' , ou seja, o referencial em que os eventos ocorrem na mesma posição [49].

8.3 Triângulo Ternário

Um gráfico de triângulo ternário consiste de um triângulo equilátero onde os seus lados são iguais a um. A coordenada representa as respectivas probabilidades de três estados possíveis, A, B e C. O lado horizontal corresponde a probabilidade de obtermos um estado A, o lado diagonal direito temos a probabilidade do estado B e a diagonal esquerda para o estado C, aplicar a rotação é permitida se preferir.

Usando a figura 8.2 como exemplo, o ponto assinalado corresponde o fluxo dos estados A, B e C sendo $(F_A, F_B, F_C) = (0, 4; 0, 475; 0, 125)$. O segmento

vermelho orienta ao valor do estado A, o segmento verde aponta para a o valor em B e o azul para a o C.

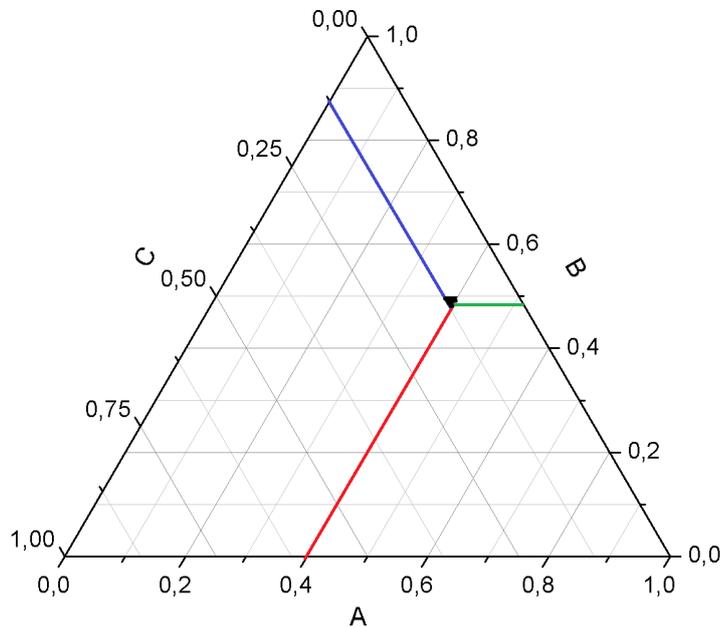


Figura 8.2: Um exemplo de dado plotado em um Triângulo Ternário, onde o segmento vermelho nos orienta ao estado A, o verde ao B e o azul o estado C.

8.4 Série de Taylor

Um dos métodos para fazer uma aproximação relevante é a expansão em série de Taylor:

$$f(x) = f(0) + \frac{df(0)}{dx}x + \frac{d^2f(0)}{2!dx^2}x^2 + \dots + \frac{d^n f(0)}{n!dx^n}x^n. \quad (8-10)$$

Na equação (4-20) queremos fazer a expansão para $m_k \ll p$, então nossa função será:

$$f(x) = E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} = \sqrt{p^2 + x^2}. \quad (8-11)$$

Assim derivando até a segunda ordem temos:

$$\frac{df(x)}{dx} = x(p^2 + x^2)^{-1/2}; \quad (8-12)$$

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2} = (p^2 + x^2)^{-1/2} - x^2(p^2 + x^2)^{-3/2}, \quad (8-13)$$

que substituindo na eq. (8-10) temos a eq. (4-21).

8.5 Coordenadas e medidas astronômicas

Na astronomia usa-se sistema de coordenadas esféricas para a localização de corpos celestes. Nesta dissertação abordaremos duas dessas coordenadas astronômicas, as coordenadas equatorial e galáctica.

8.5.1 Coordenada equatorial

Nesta coordenada usamos como referência a Linha do equador celeste³, sendo a Terra a origem. Para orientar a posição de um astro usamos o ângulo longitudinal chamado ascensão reta (RA). Este é medido em graus ou horas, em direção ao equador e sentido anti-horário⁴. Sendo zero graus o ponto vernal, que é quando o Sol, na trajetória de sua eclíptica⁵, cruza a Linha do equador da Terra no equinócio de outono, no hemisfério sul e de primavera no hemisfério norte, aproximadamente no dia 21 de março.

A declinação é o ângulo latitudinal que o astro observado faz com o centro da Terra medido em graus e sentido anti-horário, como mostrado na ilustração 8.3 [50].

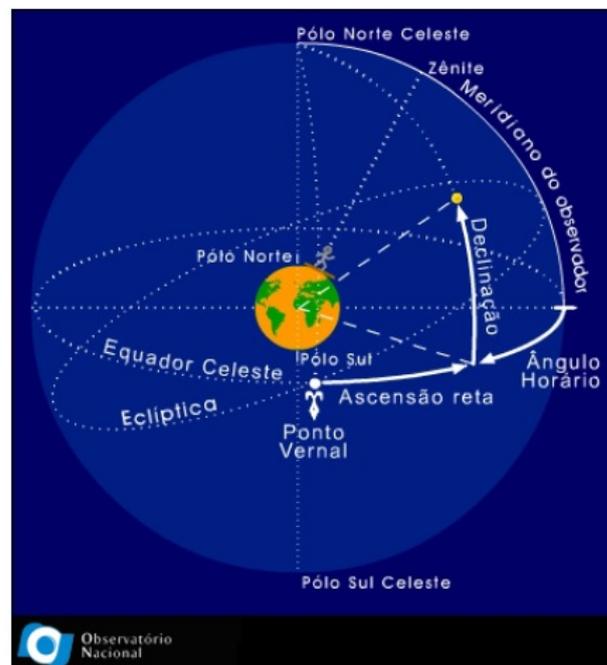


Figura 8.3: Sistema de coordenada esférica celeste equatorial.

³No mesmo plano que o equador terrestre.

⁴Olhando através do hemisfério norte.

⁵Trajetória aparente do Sol observada na Terra.

8.5.2 Coordenada galáctica

Ocorrem mudanças na coordenada equatorial ao longo do tempo devido ao movimento de precessão da Terra, portanto, um sistema mais preciso é o de coordenada galáctica, onde é adotado o Sol como referência em vez da Terra. Neste sistema a linha do equador equivale ao plano galáctico e o ângulo de declinação b é o ângulo latitudinal entre o plano galáctico e a direção de visada do astro, sendo o Sol como observador. Traçando uma reta que passa pelo Sol e o centro de nossa galáxia, definimos a ascensão reta sendo o ângulo longitudinal l , no sentido anti-horário com o centro da galáxia na origem, como mostrado na figura 8.4 [51].

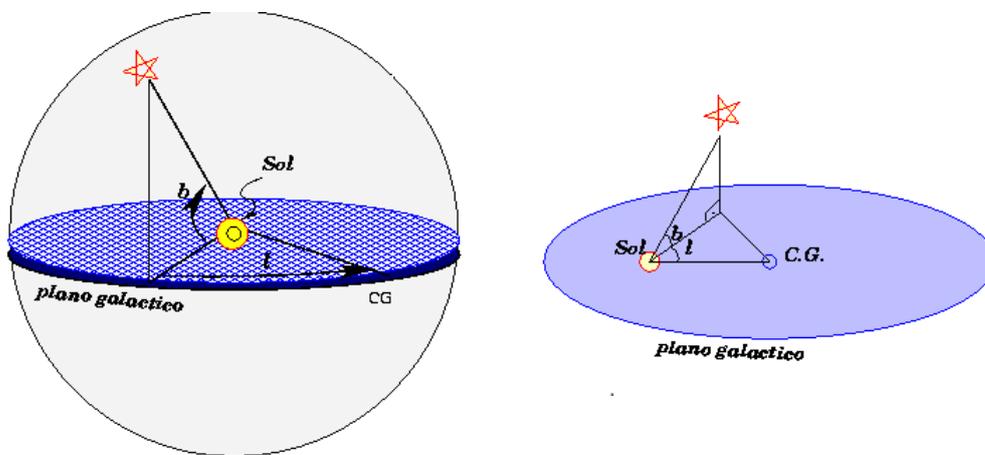


Figura 8.4: Sistema de coordenada esférica celeste galáctica.

Referências Bibliográficas

- [1] GONZALEZ-GARCIA, MC; MALTONI, MICHELE ; SCHWETZ, THOMAS. **JHEP**. Updated fit to three neutrino mixing: status of leptonic cp violation, journal, v.11, p. 1–28, 2014.
- [2] GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary particles**. segunda edição. ed., WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA Weinheim, 2008.
- [3] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quark & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics**. primeira edição. ed., John Wiley & Sons, 2008.
- [4] BERINGER, J.; ARGUIN, J. F. ; BARNETT, R. M. E. A. **Phys. Rev. D**. Review of particle physics*, journal, v.86, p. 010001, Jul 2012.
- [5] **High School Teachers at CERN**. <http://teachers.web.cern.ch/teachers/archiv/HST2002/feynman/examples.htm>. Acessado: 18-11-2015.
- [6] ELLIS, CHARLES D AND WOOSTER, WA. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**. The average energy of disintegration of radium E, journal, v.117, n.776, p. 109–123, 1927.
- [7] DE GOUVÊA, ANDRÉ. **arXiv preprint hep-ph/0411274**. 2004 TASI Lectures on Neutrino Physics, journal, 2004.
- [8] GIUNTI, C.; KIM, C. W. **Fundamentals of neutrino physics and astrophysics**. primeira edição. ed., Oxford university press, 2007.
- [9] COWAN, CLYDE L, REINES, FREDERICK AND HARRISON, FB, KRUSE, H.W AND MCGUIRE, AD. **Science**. Detection of the free neutrino: A confirmation, journal, v.124, p. 103–104, 1956.
- [10] DANBY, G.; GAILLARD, J.-M.; GOULIANOS, K.; LEDERMAN, L. M.; MISTRY, N.; SCHWARTZ, M. ; STEINBERGER, J. **Phys. Rev. Lett.**

Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos, journal, v.9, p. 36–44, Jul 1962.

- [11] KODAMA, K AND USHIDA, N, ANDREOPOULOS, C AND SAOULIDOU, N, T. Y. B.; ET AL. **Physics Letters B**. Observation of tau neutrino interactions, journal, v.504, p. 218–224, 2001.
- [12] ROSSI-TORRES, F.; GUZZO, M. ; KEMP, E. **arXiv preprint arXiv:1501.00456**. Boundaries on neutrino mass from supernovae neutronization burst by liquid argon experiments, journal, 2015.
- [13] GOLDHABER, M.; GRODZINS, L. ; SUNYAR, A. W. **Phys. Rev.** Helicity of neutrinos, journal, v.109, p. 1015–1017, Feb 1958.
- [14] NUNOKAWA, HIROSHI; PARKE, STEPHEN ; VALLE, JOSE WF. **Progress in Particle and Nuclear Physics**. CP violation and neutrino oscillations, journal, v.60, p. 338–402, 2008.
- [15] SPIERING, C. **Eur. Phys. J.** Towards High-Energy Neutrino Astronomy. A Historical Review, journal, v.H37, p. 515–565, 2012.
- [16] AHLERS, M.; ANCHORDOQUI, L.; GONZALEZ–GARCIA, M.; HALZEN, F. ; SARKAR, S. **Astroparticle Physics**. GZK neutrinos after the Fermi-LAT diffuse photon flux measurement , journal, v.34, p. 106 – 115, 2010.
- [17] AHRENS, J.; AL., E. **Astropart. Phys.** Sensitivity of the IceCube detector to astrophysical sources of high energy muon neutrinos, journal, v.20, p. 507–532, 2004.
- [18] HALZEN, F.; KLEIN, S. R. **Rev. Sci. Instrum.** IceCube: An Instrument for Neutrino Astronomy, journal, v.81, p. 081101, 2010.
- [19] AARTSEN, M.G, ABBASI, R, A. A.; ET AL. **Physical Review D**. Search for neutrino-induced particle showers with IceCube-40, journal, v.89, p. 102001, 2014.
- [20] ABBASI, R.; ET AL. **Nucl. Instrum. Meth.** Calibration and Characterization of the IceCube Photomultiplier Tube, journal, v.A618, p. 139–152, 2010.
- [21] **Colaboração IceCube**. <https://icecube.wisc.edu/science/icecube/detector>. Acessado: 18-11-2015.

- [22] ANDRES, EDUARDO, A.; ET AL. **Astroparticle Physics**. The AMANDA neutrino telescope: principle of operation and first results, journal, v.13, p. 1–20, 2000.
- [23] AARTSEN, M.G, ACKERMANN, M, A.; ET AL. **arXiv preprint arXiv:1412.5106**. IceCube-Gen2: A vision for the future of neutrino astronomy in Antarctica, journal, 2014.
- [24] PRICE, P BUFORD; BERGSTRÖM, LARS. **Applied optics**. Optical properties of deep ice at the South Pole: scattering, journal, v.36, p. 4181–4194, 1997.
- [25] GANDHI, RAJ; WINTER, WALTER. **Physical Review D**. Physics with a very long neutrino factory baseline, journal, v.75, p. 053002, 2007.
- [26] CHERENKOV, P. A. **Doklady Akademii Nauk SSSR**. Visible emission of clean liquids by action of γ radiation, journal, v.2, p. 451, 1934.
- [27] AARTSEN, M. G.; ACKERMANN, E. A. **Phys. Rev. Lett.** Observation of High-Energy Astrophysical Neutrinos in Three Years of IceCube Data, journal, v.113, p. 101101, Sep 2014.
- [28] MOYER, G. **Sky and Telescope**. The origin of the julian day system, journal, v.62, p. 305, 1981.
- [29] UNSÖLD, A.; BASCHEK, B. **The distances and fundamental properties of the stars**. In: THE NEW COSMOS, p. 167–194. Springer, 2002.
- [30] KARTTUNEN, H. **Fundamental astronomy**. quinta edição. ed., Springer Science & Business Media, 2007.
- [31] SCHUSTER, P. M. **Astroparticle Physics**. The scientific life of Victor Franz (Francis) Hess (June 24, 1883–December 17, 1964), journal, v.53, p. 33–49, 2014.
- [32] **Raios Cósmicos**. <http://www.science20.com/quantumdiariessurvivor/highestenergycosmicraysauger>. Acessado: 22-11-2015.
- [33] FOX, DB; KASHIYAMA, K ; MÉSZARÓS, P. **The Astrophysical Journal**. Sub-pev neutrinos from tev unidentified sources in the galaxy, journal, v.774, p. 74, 2013.

- [34] GAISSER, T. K. **Cosmic rays and particle physics**. primeira edição. ed., Cambridge University Press, 1990.
- [35] KING, S. **arXiv preprint hep-ph/0310204**. Neutrino mass models. *rept. prog. phys.*, 67: 107–158, 2004, journal.
- [36] GANDHI, R.; QUIGG, C.; RENO, M. H. ; SARCEVIC, I. **Astroparticle Physics**. Ultrahigh-energy neutrino interactions, *journal*, v.5, p. 81–110, 1996.
- [37] ABBASI, R. U.; ABU-ZAYYAD, T.; ALLEN, M. ; AMMAN, J. F. A. **Phys. Rev. Lett.** First Observation of the Greisen-Zatsepin-Kuzmin Suppression, *journal*, v.100, p. 101101, Mar 2008.
- [38] SZABO, A.; PROTHEROE, R. **Astroparticle Physics**. Implications of particle acceleration in active galactic nuclei for cosmic rays and high energy neutrino astronomy, *journal*, v.2, n.4, p. 375 – 392, 1994.
- [39] WAXMAN, E.; BAHCALL, J. **Physical Review D**. High energy neutrinos from astrophysical sources: An upper bound, *journal*, v.59, p. 023002, 1998.
- [40] GAISSER, T. K.; HALZEN, F. ; STANEV, T. **Physics Reports**. Particle astrophysics with high energy neutrinos, *journal*, v.258, p. 173–236, 1995.
- [41] WINTER, W. **Phys. Rev. D**. How astrophysical neutrino sources could be used for early measurements of neutrino mass hierarchy and leptonic cp phase, *journal*, v.74, p. 033015, 2006.
- [42] ANCHORDOQUI, L. A.; GOLDBERG, H.; HALZEN, F. ; WEILER, T. J. **Phys. Lett.B**. Galactic point sources of TeV antineutrinos, *journal*, v.593, p. 42, 2004.
- [43] HOOPER, D.; MORGAN, D. ; WINSTANLEY, E. **Phys. Lett.B**. Probing quantum decoherence with high-energy neutrinos, *journal*, v.609, p. 206–211, 2005.
- [44] RACHEN, J. P.; MESZAROS, P. **Phys. Rev.D**. Photohadronic neutrinos from transients in astrophysical sources, *journal*, v.58, p. 123005, 1998.
- [45] KASHTI, T.; WAXMAN, E. **Phys. Rev. Lett.** Flavoring astrophysical neutrinos: Flavor ratios depend on energy, *journal*, v.95, p. 181101, 2005.

- [46] ATHAR, H; JEŽABEK, M ; YASUDA, O. **Physical Review D**. Effects of neutrino mixing on high-energy cosmic neutrino flux, journal, v.62, p. 103007, 2000.
- [47] BUSTAMANTE, M.; BEACOM, J. F. ; WINTER, W. **Phys. Rev. Lett.** Theoretically palatable flavor combinations of astrophysical neutrinos, journal, v.115, p. 161302, 2015.
- [48] AARTSEN, M. G. E. A. A combined maximum-likelihood analysis of the high-energy astrophysical neutrino flux measured with IceCube, journal, v.809, p. 98, 2015.
- [49] GRIFFITHS, D. J.; COLLEGE, R. **Introduction to electrodynamics**, volume 3. terceira edição. ed., prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1999.
- [50] OBSERVATÓRIO NACIONAL. **Ead - astrofísica geral 2013**. http://www.on.br/ead_2013/site/conteudo/cap5-esfera/coordenadas-equatoriais.html. Acessado: 23-02-2016.
- [51] **Movimento das estrelas**. <http://astro.if.ufrgs.br/vialac/node4.htm>. Acessado: 17/03/2016.