



Thiago de Menezes Duarte e Silva

**Modelagem assistida de lobos turbidíticos
baseada em dados de testes de formação**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Sinésio Pesco
Coorientador: Prof. Abelardo Borges Barreto Junior

Rio de Janeiro
Setembro de 2017



Thiago de Menezes Duarte e Silva

**Modelagem assistida de lobos turbidíticos
baseada em dados de testes de formação**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Sinésio Pesco

Orientador

Departamento de Matemática – PUC-Rio

Prof. Abelardo Borges Barreto Junior

Coorientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Luiz Fernando Araujo Oliveira

Centro de Pesquisa e Desenvolvimento Leopoldo Américo

Miguêz de Mello – CENPES

Prof. Alex Laier Bordignon

Universidade Federal Fluminense – UFF

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 18 de Setembro de 2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Thiago de Menezes Duarte e Silva

Formou-se em licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense em 2014.

Ficha Catalográfica

de Menezes Duarte e Silva, Thiago

Modelagem assistida de lobos turbidíticos baseada em dados de testes de formação / Thiago de Menezes Duarte e Silva; orientador: Sinésio Pesco; co-orientador: Abelardo Borges Barreto Junior. – 2017.

v., 72 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui bibliografia

1. Matemática – Teses. 2. Modelagem Matemática, computação gráfica – Teses. 3. Lobos turbidíticos;. 4. Teste de formação;. 5. Modelagem baseada em objetos..
I. Pesco, Sinésio. II. Borges Barreto Junior, Abelardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 620.11

Para os meus pais: Neinha e José.

Agradecimentos

Antes de tudo agradeço aos meus pais, Neinha e José, por tudo que fizeram e fazem por mim. Não conseguiria expor aqui o quanto sou grato a Deus por ter me dado pais tão bons quanto vocês.

Sou grato, também, ao professor Sinesio Pesco, pela orientação, paciência nos momentos de dúvida, pelas palavras de conforto e conversas sobre o futuro.

Ao professor Abelardo Barreto, pela orientação, por sempre estar disposto quando precisei de ajuda e pelos momentos de descontração que foram cruciais para o desenvolvimento do trabalho.

À professora Simone Dantas, pelo apoio e incentivo a ingressar no mestrado e toda preocupação que tem comigo. Você é um anjo em minha vida.

Aos meus amigos Rodrigo Marinho, Edison Cuba, Simone Freitas e João Schlittler pelas conversas e bagunças que fizemos na sala do mestrado (e fora dela também). Obrigado pelos ótimos momentos que vivemos nesses dois anos.

Ao professor Carlos Tomei, por todas as vezes que me surpreendeu nas aulas de Álgebra Linear e por todas as conversas no corredor.

Agradeço à Creuza pela atenção e descontração com todos os alunos.

Meus sinceros agradecimentos à todos os funcionários e professores do Departamento de Matemática da PUC-RIO pela boa convivência e oportunidade que dão a todos os alunos que se interessam em ingressar na pós graduação.

À Petrobras e a Capes pelo apoio financeiro.

Por último, mas não menos importante, à Tahyz Pinto, pelo abraço que me deu quando recebi a notícia que tinha sido aprovado para a PUC e por outras coisas mais.

Resumo

de Menezes Duarte e Silva, Thiago; Pesco, Sinésio; Borges Barreto Junior, Abelardo. **Modelagem assistida de lobos turbidíticos baseada em dados de testes de formação**. Rio de Janeiro, 2017. 72p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Correntes de turbidez são correntes gravitacionais turbulentas transportando grãos em alta velocidade e formando uma solução de água e sedimentos esparramados, sendo responsáveis pela formação de um tipo de reservatório petrolífero. O lobo turbidítico é um importante elemento arquitetural nos reservatórios turbidíticos e neste trabalho propomos uma modelagem assistida deste objeto, a partir de dados de pressão medidos durante um teste de formação. Para isto, foi desenvolvido um método de estimar as permeabilidades e parâmetros geométricos dos lobos com auxílio do simulador IMEX da CMG e da interpretação assistida do teste de formação simulado, utilizando como base os dados de pressão extraídos de testes de formação de referência. Na modelagem do lobo turbidítico incluímos a alocação de uma superfície de base.

Palavras-chave

Lobos turbidíticos; Teste de formação; Modelagem baseada em objetos.

Abstract

de Menezes Duarte e Silva, Thiago; Pesco, Sinésio (Advisor); Borges Barreto Junior, Abelardo (Co-Advisor). **Well-testing based turbidite lobes assisted modelling**. Rio de Janeiro, 2017. 72p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Turbidite currents are turbulent gravitational currents transporting grains in high speed creating a solution of water and dispersed sediments, being responsible for the formation of an oil reservoir. The turbidite lobe is an important architectural element for the turbidite reservoirs. In this work we propose an assisted modeling of this object based on measured well testing pressures. A method was developed to estimate permeabilities and geometric parameters for this lobes using the IMEX fluid flow simulator and an assisted interpretation of the simulated well test comparing simulated pressures to those measured in a reference well test. In the modeling of the turbidite lobe, we allocate a base surface.

Keywords

Turbiditic lobes; Formation test; Object-based modeling.

Sumário

1	Introdução	14
1.1	Motivação	14
1.2	Descrição do problema	15
1.3	Divisão do trabalho	16
2	Modelagem do lobo turbidítico	17
2.1	Modelagem conceitual	17
2.2	Modelagem geométrica do corpo geológico	18
2.2.1	Objeto grid	18
2.2.2	Parâmetros do turbidito	20
2.3	Modelagem geométrica do lobo	20
2.3.1	Curvas B-Spline univaloradas	21
2.3.2	Design das curvas B-Spline	22
2.3.3	Conectando curvas B-Spline	23
2.4	Objeto de saída do grid	24
3	A Superfície de base	27
3.1	Introdução	27
3.2	Superfície genérica	27
3.3	Modelando o lobo à uma superfície de base	29
3.3.1	Método de interpolação de Shepard	30
3.3.2	A superfície de base	32
4	Simulações Através do IMEX	35
4.1	Introdução	35
4.1.1	Propriedades das rochas e reservatórios	35
4.1.2	Teste de formação	37
4.1.3	A Equação da difusividade	37
4.1.4	Arquivo base do IMEX	38
4.2	Refinamento em torno do poço	41
4.3	Vazão de produção por completação	43
4.4	Resultados obtidos com o IMEX	44
5	Ajustando permeabilidades	45
5.1	Primeiras simulações	45
5.2	Turbidito com uma camada	47
5.3	Turbidito com duas camadas	51
5.4	Turbidito com três camadas	55
5.4.1	Primeiro estilo	56
5.4.2	Segundo estilo	59
6	Ajustando parâmetros	61
6.1	Ajustando os parâmetros	61
6.2	Ajustando comprimento	64

6.3	Ajustando largura à direita	65
6.4	Ajustando largura à esquerda	66
6.5	Análise dos casos	67
7	Conclusão	70
	Referências Bibliográficas	71

Lista de figuras

1.1	Depósito turbidítico [2].	15
2.1	Parâmetros do lobo.	17
2.2	Exemplo de <i>grid</i> cartesiano [2].	18
2.3	Exemplo de <i>grid</i> contendo informações sobre o objeto.	19
2.4	Exemplo de <i>grid</i> separando células por camadas.	19
2.5	Parâmetros do Turbidito.	20
2.6	Curva B-Spline definida como gráfico de função [2].	21
2.7	Exemplo de pontos de controle para t_{inf} no plano xz .	22
2.8	Lobos construídos de maneira deposicional [2].	23
2.9	Molde das curvas da largura em função da profundidade [2].	23
2.10	Conectando as curvas com quartos de elipses.	24
2.11	Funcionamento da função <i>in_out</i> [2].	24
2.12	Exemplo de lobo turbidítico com 3 camadas.	25
2.13	Exemplo de lobo turbidítico com 3 camadas.	25
3.1	Superfície \mathcal{S} determinada por $f(x, y) = 0$.	28
3.2	Superfície \mathcal{S} com $f(x, y) = \cos(x + y)$.	29
3.3	Baía de Monterey [6]	30
3.4	Superfície $S \subset \mathbb{R}^3$.	32
3.5	Nuvem de pontos que origina S .	32
3.6	Lobo adaptado com a nuvem de pontos.	33
3.7	Lobo adaptado à S .	34
3.8	Lobo adaptado à \mathcal{S} visto de cima.	34
4.1	Amostra de arenito.	36
4.2	Turbidito exportado para o IMEX.	39
4.3	Resultado do teste de formação.	40
4.4	Variação da pressão no final do teste.	41
4.5	Exemplo de refinamento em torno do poço.	42
4.6	Gráfico de Δp e $\Delta p'$ com o refinamento.	43
4.7	Completações do poço.	43
5.1	Diferença de simulações.	46
5.2	$f_{obj} \times$ iteração caso $K_0 = 500$.	48
5.3	Gráfico de aproximação de $\Delta p'$.	50
5.4	$f_{obj} \times$ iteração caso $K_0 = 1000$.	50
5.5	Gráfico de aproximação de $\Delta p'$.	51
5.6	$f_{obj} \times$ iteração caso (1000, 250).	53
5.7	Função objetivo em relação à pressão e vazão.	53
5.8	$f_{obj} \times$ iteração caso (100, 100).	54
5.9	$f_{obj} \times$ iteração caso (100, 100, 100).	56
5.10	Erro relativo de $\Delta p'$ e de vazão por camada no caso (100, 100, 100).	57
5.11	Aproximação do gráfico de $\Delta p'$ para o caso (1000, 250, 100).	58
5.12	$f_{obj} \times$ iteração caso (1000, 250, 100).	58

5.13	$f_{obj} \times$ iteração caso $l = 150$.	60
6.1	Varição de pressão nas células do <i>grid</i> $l = 4$ e $l = 7$.	63
6.2	Diferença dos valores de $\Delta p'$ para $l = 4$ e $l = 7$.	63
6.3	$f_{obj} \times$ iteração ajustando l .	64
6.4	Comparação do turbidito gerado $l = 6.73877$.	65
6.5	$f_{obj} \times$ iteração ajustando w_r .	66
6.6	Comparação do turbidito gerado $w_r = 2.28662$.	66
6.7	$f_{obj} \times$ iteração ajustando w_l .	67
6.8	Comparação do turbidito gerado $w_r = 2.28662$.	68
6.9	Turbidito referência.	68
6.10	Turbidito simulado.	69
6.11	Gráfico de comparação.	69

Lista de tabelas

2.1	Tabela referente a Figura 2.12	24
2.2	Tabela referente a Figura 2.13	26
3.1	Parâmetros do lobo turbidítico referência.	33
5.1	Valor de x .	48
5.2	Aproximação da permeabilidade caso $k_0 = 500$.	49
5.3	Aproximação da permeabilidade caso $K_0 = 1000$.	51
5.4	Aproximação das permeabilidades caso (1000, 250).	54
5.5	Aproximação das permeabilidades caso (100, 100).	55
5.6	Valor de x para turbiditos com 3 camadas.	56
5.7	Aproximação das permeabilidades caso (100, 100, 100).	57
5.8	Aproximação das permeabilidades caso (1000, 250, 100).	59
5.9	Aproximação das permeabilidades $l = 150$.	60
6.1	Valor de x .	62
6.2	Aproximação do comprimento.	64
6.3	Aproximação da largura à direita.	65
6.4	Aproximação da largura à esquerda.	67

Planet Earth is blue and there is nothing I can do.

David Bowie, *Space Oddity*.

1 Introdução

Petróleo (do latim *petra* = pedra e *oleum* = óleo) é uma mistura de compostos químicos orgânicos chamados de *hidrocarbonetos* que, por sua vez, são constituídos de carbono e hidrogênio agrupados em séries. Dependendo das condições de pressão e temperatura, o petróleo pode ser encontrado em diferentes estados físicos, como óleo e gás.

A utilização do petróleo é datada de muito antes do nascimento do Cristo. Diversas sociedades antigas o utilizavam para assentar tijolos, pavimentar estradas, embalsamar corpos e até na construção das pirâmides. O início de sua exploração e extração se deu nos EUA, em Tittusville, Pensilvânia, no ano de 1859, com um poço de apenas 21 metros de profundidade, produzindo 2 m^3 por dia. Mais tarde, uma grande atenção comercial foi adicionada com a invenção dos motores a base de gasolina e diesel [16].

As notícias sobre pesquisas envolvendo petróleo no Brasil são do ano de 1891 em Alagoas. Já o primeiro poço perfurado com objetivo de extração, foi em 1897, por Eugênio Ferreira Camargo, em São Paulo. O poço atingiu profundidade de 488 metros e produzia $0,5 \text{ m}^3$ de óleo por dia. Até o ano de 1939, mais de 80 poços haviam sido perfurados em todo território brasileiro. Em 1953, com o governo Vargas, foi determinado o monopólio estatal do petróleo com a criação da Petrobras, ponto de partida para toda pesquisa avançada envolvendo o petróleo em âmbito nacional. A produção do óleo no Brasil cresceu de $750 \text{ m}^3/\text{dia}$, na época da criação da Petrobras, para $182.000 \text{ m}^3/\text{dia}$ até o final dos anos 90 [16].

1.1 Motivação

Dentre os diversos tipos de reservatórios, os *turbiditos* possuem sua importância exaltada, principalmente no Brasil, por serem os responsáveis de grande parte da produção de petróleo e gás no país. Desta forma, o entendimento de suas características tanto geométricas como geológicas se tornam cruciais para minimizar os riscos envolvidos numa possível extração de óleo deste tipo de meio poroso.

Os turbiditos são formados por correntes de turbidez, que são correntes gravitacionais turbulentas. Elas transportam grãos, formando uma solução composta

por água e sedimentos esparramados. São originados por causas naturais como tempestades, avalanches subaquáticas, descarga de rios e etc. Tais correntes são as principais responsáveis de transportar sedimentos em áreas submarinas, das mais rasas às mais profundas. Também chamam atenção pelo potencial risco ambiental que possuem, a capacidade de rompimento de cabos submarinos e, também, por serem responsáveis pela formação dos maiores reservatórios de petróleo do mundo [5]. Os sedimentos depositados no solo marinho é denominado turbidito.

Os turbiditos podem ser formados por diversas camadas, sendo originados por diferentes correntes de turbidez que atingiram um mesmo local. Na Figura 1.1, podemos ver um exemplo de turbidito formado por descarga de rios, composto por três camadas, sendo a primeira de cor amarela, a segunda de cor marrom e a terceira, bege.

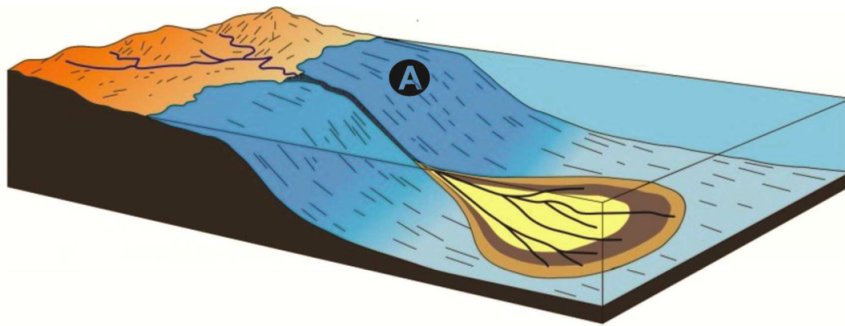


Figura 1.1: Depósito turbidítico [2].

No ano de 2001, estimava-se que os turbiditos concentravam 90% da produção de petróleo do Brasil [5], porém, com a descoberta da camada do pré-sal, em 2007, esta porcentagem pode ter diminuído. Contudo, continua sendo considerável a participação destes tipos de reservatório na produção de petróleo no Brasil e no mundo.

1.2

Descrição do problema

Um *problema inverso* [15] consiste em utilizar resultados atuais de alguma medição, para inferir nos valores de parâmetros para caracterização de um sistema. Este tipo de problema não necessariamente possui solução única, pois podemos coletar apenas um número finito de dados para a representação e muitas vezes sistemas físicos podem ser não-lineares, podendo existir uma infinidade de modelos que se adaptam aos dados.

Ao todo, três problemas foram abordados nesta dissertação: (i) alocação de uma superfície de base aos lobos turbidíticos apresentados em [2]; (ii) aproximação de permeabilidades de canais turbidíticos em relação a um caso real e (iii) ajuste

de parâmetros geométricos do reservatório, comparando-o com um encontrado na natureza. Todos os três tratam de melhor representar lobos turbidíticos, um problema inverso, onde buscamos aproximar valores de parâmetros, tantos geométricos, como geológicos, a partir de dados obtidos através de testes.

Os reservatórios turbidíticos localizam-se em águas profundas. Além disso, como são formados por correntes de turbidez, que percorrem todo leito marinho até se assentarem e formarem o lobo turbidítico, moldam-se de acordo com os sedimentos que foram carregados pelas correntes marítimas e com o solo marinho. Conseqüentemente, torna-se necessária essa modelagem do corpo geológico construído através de ferramentas computacionais a uma superfície de base.

Já os problemas (ii) e (iii) se justificam pela impossibilidade de visualização dos turbiditos, que encontram-se no fundo do mar. A aproximação das permeabilidades é uma ferramenta que possibilita uma melhor descoberta das características geológicas do corpo, com objetivo de minimizar os custos de uma possível extração de óleo do reservatório. O ajuste dos parâmetros geométricos se torna importante para exprimir uma rigorosidade na localização do reservatório e tornar mais preciso a decisão de alocação de um poço para a produção de petróleo.

1.3

Divisão do trabalho

Ao todo, o trabalho está dividido em sete capítulos. O primeiro possui caráter introdutório, com objetivo de mostrar ao leitor os conceitos históricos e motivacionais para a compreensão do tema abordado. No capítulo 2, expomos os resultados obtidos na dissertação de mestrado da Yuliyeth Alzate Cardona [2], que são o ponto de partida para a pesquisa aqui exposta.

No capítulo 3, um aperfeiçoamento da modelagem geométrica do lobo turbidítico é exibida, modelando-o à uma superfície de base interpolando uma nuvem de pontos no \mathbb{R}^3 através do método de interpolação de Shepard [14], objetivando uma relação mais verídica com os turbiditos encontrados na natureza.

O capítulo 4 tem como objetivo apresentar o IMEX [3], simulador comercial da Computer Modeling Group, para efetuar os ajustes e aproximações feitos neste trabalho. No final do capítulo, é exibido resultados práticos obtidos com intuito de tornar a simulação com o IMEX automática.

Por último, nos capítulos 5 e 6, estão apresentados os métodos de aproximação da permeabilidade e o ajuste dos parâmetros geométricos realizados em um turbidito com até três camadas.

2

Modelagem do lobo turbidítico

Neste capítulo, seguiremos a modelagem do lobo turbidítico proposta por [2]. Por sua importância neste trabalho, faremos uma rápida descrição neste modelo. Primeiramente faremos uma modelagem conceitual do corpo e, em seguida, sua modelagem computacional.

2.1

Modelagem conceitual

O modelo geométrico adotado para a construção do lobo baseia-se em três parâmetros independentes: a profundidade, largura e comprimento. Na Figura 2.1 podemos ver como estes parâmetros escolhidos definem a geometria do objeto, sendo estes os critérios mais importantes para a simulação.

Ainda na Figura 2.1, conseguimos observar a disposição de três camadas de lobos, formando, assim, um grande reservatório. No processo de criação do objeto, primeiramente é construído o maior e mais profundo lobo, para, então, construir os dois seguintes de maneira deposicional, levando em consideração os parâmetros definidos para o primeiro.

O objeto final será construído utilizando-se um *grid* em um espaço tridimensional, como será descrito na próxima seção.

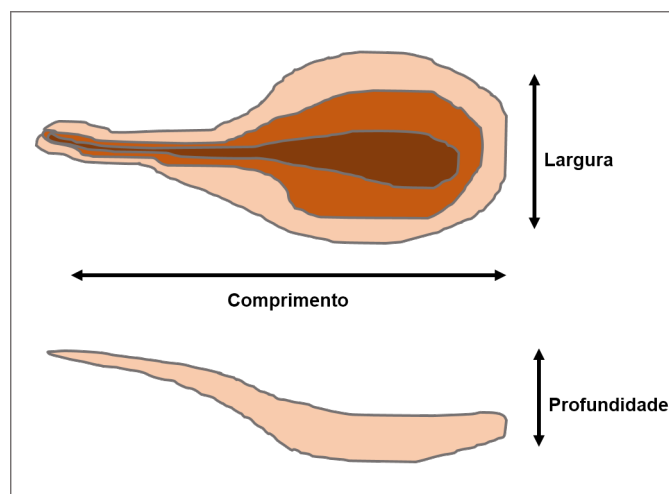


Figura 2.1: Parâmetros do lobo.

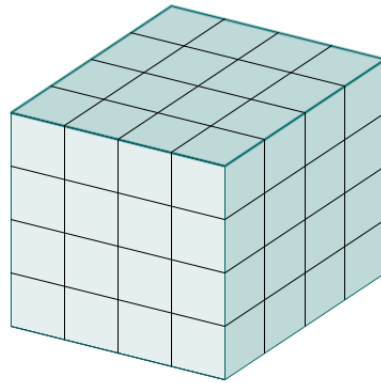


Figura 2.2: Exemplo de *grid* cartesiano [2].

2.2 Modelagem geométrica do corpo geológico

Nesta seção apresentaremos a construção do objeto *grid* e, em sequência, a modelagem do lobo usando curvas B-splines.

2.2.1 Objeto *grid*

Definição 2.1 *Um grid é uma divisão do domínio em paralelepípedos, podendo ser congruentes ou não.*

Através desta divisão do espaço, podemos efetuar diferentes tipos de testes e tarefas, porém, existem tipos de *grids* que diminuem a dificuldade de algumas funções. Vejamos abaixo algumas nomenclaturas de *grid*:

- i) Um *grid* é *regular* se todos os paralelepípedos são congruentes. Caso contrário, é chamado de *irregular*;
- ii) O *grid* é *cartesiano* se é regular e formado por cubos unitários.

Nesta dissertação, trataremos apenas de *grids* cartesianos, como podemos observar na Figura 2.2, que terá como parâmetros de entrada somente as dimensões em cada coordenada: nx representando a divisão do domínio no eixo x , ny representará a do eixo y e nz , para o eixo z . Como nossos *grids* são cartesianos, temos $nx = ny = nz$. Dadas estas informações, obteremos os cubos formadores do *grid*. Cada cubo será referido pelo seu centro, simbolizado por (px, py, pz) .

A cada elemento do *grid* será associado um valor inteiro, que representará uma propriedade do corpo. Neste trabalho, a propriedade será a permeabilidade, como será descrito no capítulo 5. Para isso, é criada uma matriz 3D para armazenar estes valores.

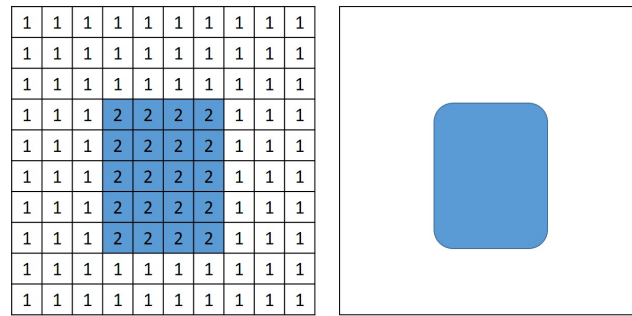


Figura 2.3: Exemplo de *grid* contendo informações sobre o objeto.

Na Figura 2.3 exibimos como este processo funciona no \mathbb{R}^2 . Foi atribuído o valor 1 a todas as células. Após a construção do objeto à direita, foi testado o centro de cada célula do *grid*. Se estiver contido no objeto, a célula é marcada com o valor 2.

Considere a matriz 3D $g [i] [j] [k] \in \mathbb{N}$, onde $i \in \{0, \dots, nx\}$, $j \in \{0, \dots, ny\}$ e $k \in \{0, \dots, nz\}$. Estes são os índices de cada cubo do *grid*. No primeiro momento, como ainda não foi construído nenhum objeto, todas as entradas da matriz g serão 1, considerando que nenhuma célula pertence ao corpo. Ou seja, $g [i] [j] [k] = 1 \forall i, j, k \in \mathbb{N}$.

Para modelar o lobo turbidótico, precisamos de uma estrutura mais elaborada do que a exemplificada na Figura 2.3, pois, como queremos construir um reservatório com três camadas, precisamos, além de distinguir quais células do *grid* pertencem ou não ao objeto, temos que definir quais delas pertencem a qual camada. Para tal, usaremos mais de dois valores para indexarmos a matriz g . Assim, serão distinguidas as células que pertencem à camada A, B ou C e as que não pertencem à nenhuma delas.

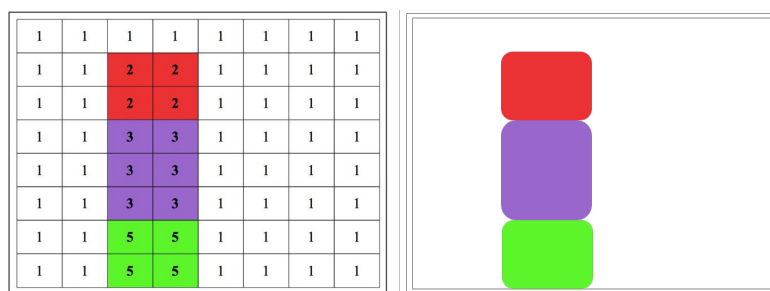


Figura 2.4: Exemplo de *grid* separando células por camadas.

Para a camada superior, vermelha, foi usado o código 2 para identificar os cubos que a ela pertencem. Já para a camada média, de cor lilás, usamos o código 3 e, para a camada inferior, verde, foi utilizado o código 5. Este processo está exemplificado na Figura 2.4 Assim, podemos definir uma função $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{N}$ que modifica os valores das entradas da matriz g da seguinte forma:

$$g[i][j][k] = \phi(px, py, pz)$$

$$\phi(px, py, pz) = \begin{cases} 5 & \text{se } (px, py, pz) \text{ pertence à camada inferior} \\ 3 & \text{se } (px, py, pz) \text{ pertence à camada do meio} \\ 2 & \text{se } (px, py, pz) \text{ pertence à camada superior} \\ 1 & \text{se } (px, py, pz) \text{ não pertence ao objeto} \end{cases}$$

Com este método definido, podemos partir para o processo de construção do lobo, utilizando os conceitos definidos no Capítulo 2.

2.2.2

Parâmetros do turbidito

Na modelagem conceitual, vimos que a geometria do objeto é definida por três parâmetros: largura, comprimento e profundidade. Na modelagem do lobo foram incluídos dois parâmetros para a largura, para permitir a representação de lobos assimétricos e dois parâmetros para a profundidade, totalizando cinco parâmetros: *comprimento* l , *largura direita* w_r , *largura esquerda* w_l , *profundidade superior* t_{sup} e *profundidade inferior* t_{inf} , como podemos ver na Figura 2.5.

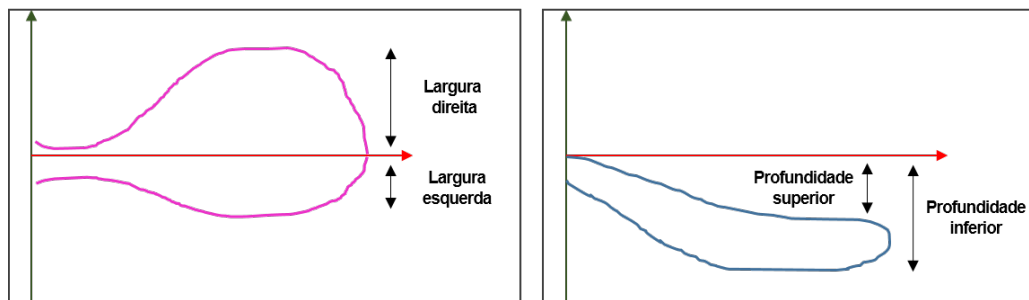


Figura 2.5: Parâmetros do Turbidito.

Além destes parâmetros, são necessários o *ponto de origem* (x_o, y_o, z_o) do lobo turbidítico, que determina qual parte do domínio ele terá o seu início e, também, precisamos da *direção* d que define o ângulo rotação do eixo-x em torno da origem.

2.3

Modelagem geométrica do lobo

Nesta seção será mostrado o processo de modelagem utilizando B-Spline [10] para a formação do turbidito. Primeiramente será construído o lobo inferior, o maior de todos e, em sequência, os dois posteriores de maneira deposicional.

2.3.1 Curvas B-Spline univaloradas

Este é um tipo de curva B-Spline planar não racional usada para aproximar $y = f(x)$ em coordenadas cartesianas (x, y) [12], onde f representa um polinômio (ou $z = g(x)$ no plano (x, z) com g representando um polinômio). A curva $C(t)$ de grau m é definida por uma sequência de pontos $\{t_0, \dots, t_{n+2(m-1)}\}$, tal que seu domínio é restrito a $t \in \{t_0, \dots, t_{n+m-1}\}$, definida em n intervalos. Os pontos de controle são $P_i = (x_i, y_i)$, onde:

$$x_i = \frac{1}{n} [t_0 + \dots + t_{i+m-1}], \quad i = 0, \dots, n$$

Essas curvas podem ser escritas da forma $C(t) = (t, f(t))$ e estamos interessados em funções f expressas em termos de bases de função B-Spline.

$$f(x) = \sum_{i=0}^{n+m-1} y_i N_{i,m}(t)$$

$$N_{j,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t_j \leq t \leq t_{j+1} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$N_{j,k}(t) = \frac{t - t_j}{t_{j+k} - t_j} N_{j,k-1}(t) + \frac{t_{j+k+1} - t}{t_{j+k+1} - t_{j+1}} N_{j+1,k-1}(t).$$

A Figura 2.6 exibe um exemplo de curva B-Spline univalorada descrita como gráfico de uma função. O domínio é o intervalo $[0, 1]$, particionado em n pontos. Também podemos ver o polígono gerado pelos pontos de controle.

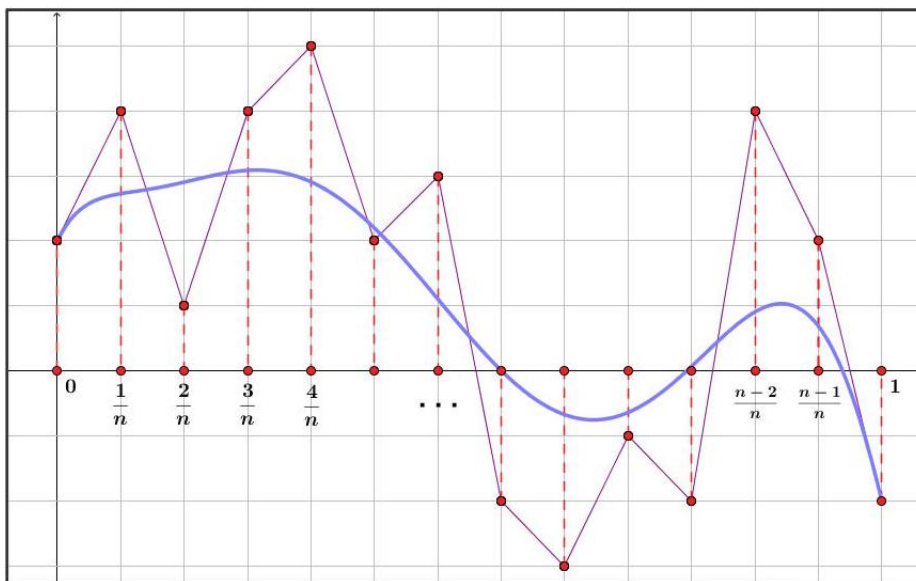


Figura 2.6: Curva B-Spline definida como gráfico de função [2].

2.3.2 Design das curvas B-Spline

Para simplificar a explicação, vamos assumir que a direção tomada pelo lobo seja $d = 0^\circ$, e o ponto de origem em $(0, 0, 0)$. As curvas relacionadas à largura serão desenhadas no plano xy e as que demarcam a profundidade, no plano xz , observado na Figura 2.5. Uma vez que o modelo é gerado, uma simples rotação e translação ajusta o lobo para qualquer posição do domínio e qualquer direção.

Tomando o eixo x como diretriz do turbidito, podemos definir os pontos de controle igualmente espaçados no intervalo $[0, l]_x$. Para isto, basta escolher um número n de pontos de controle que determinarão a curva, obtendo, então, $n + 1$ pontos da forma $\left\{0, \frac{l}{n}, \frac{2l}{n}, \dots, \frac{(n-1)l}{n}, l\right\} \in [0, l]_x$. Na Figura 2.7 podemos ver um exemplo de definição de pontos de controle para a curva determinada pelo parâmetro t_{inf} no plano xz .

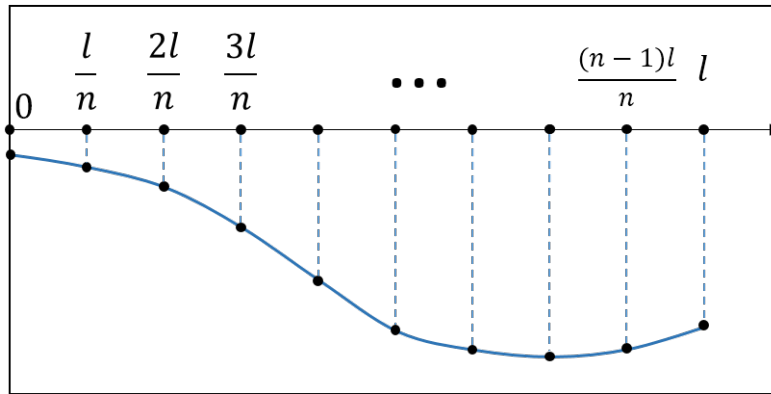


Figura 2.7: Exemplo de pontos de controle para t_{inf} no plano xz .

Para a modelagem das curvas B-Spline foram utilizados quatorze pontos de controle igualmente espaçados no eixo x , escolhidos aleatoriamente. Com isto, a construção do primeiro lobo será feita através da construção de quatro curvas para delimitar os parâmetros w_l , w_r , t_{inf} e t_{sup} .

Em seguida será feita a construção dos dois lobos seguintes, de forma deposicional, a partir do primeiro para garantir que fiquem sobrepostos sem ultrapassar os limites definidos pelo lobo originário, como podemos ver na Figura 2.8.

Com isto, para a finalização da construção do lobo turbidítico com três camadas, falta-nos explicar como se deu a conexão entre as quatro curvas e a criação do corpo.

2.3.3

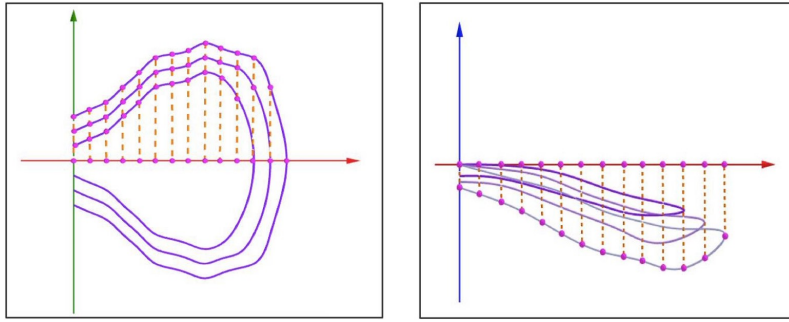


Figura 2.8: Lobos construídos de maneira deposicional [2].

Conectando curvas B-Spline

Os parâmetros t_{inf} e t_{sup} definirão o formato da superfície que demarca o topo e a base do lobo turbidítico. Veja na Figura 2.9 como este processo ocorre. Na figura da esquerda, vemos as quatro curvas em seus respectivos planos de formação. Já na direita, vemos como as curvas da largura ajustam-se sobre as curvas de profundidade.

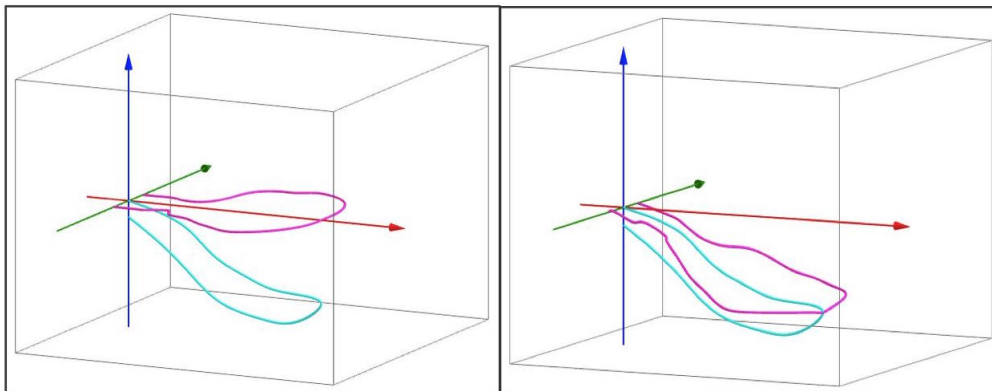


Figura 2.9: Molde das curvas da largura em função da profundidade [2].

A construção da superfície que delimita o objeto lobo é feita utilizando-se um quarto de elipse conectando as curvas da largura com as da profundidade. A altura das elipses serão definidas pela curva t_{sup} e a base, pela curva t_{inf} . Um segmento de reta será conectado aos pontos do eixo x transladado à curva t_{sup} e conectará a curva w_l até a t_{inf} através de um quarto de uma elipse. O mesmo processo é efetuado com a curva w_r , como podemos ver na Figura 2.10.

Com estas informações, temos uma superfície que define o turbidito. Restamos mostrar como foi feita construção do objeto de saída, relacionando os conceitos estudados acima com o *grid*.

2.4

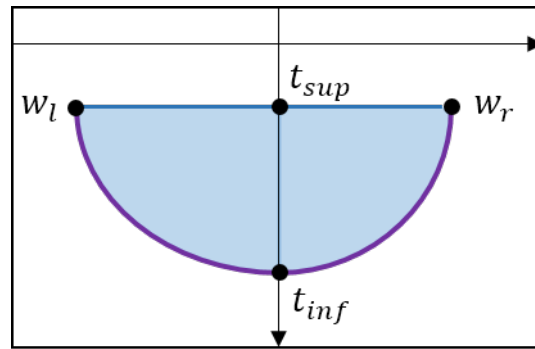


Figura 2.10: Conectando as curvas com quartos de elipses.

Objeto de saída do grid

Um função chamada *in_out* foi definida a partir de ϕ . Ela se encarrega de marcar a célula do *grid* com uma propriedade específica de acordo com o valor definido por ϕ . A Figura 2.11 ilustra como esta função funciona. Na esquerda temos uma célula do *grid*, representada pelo seu ponto central e, na direita, temos o teste que responde se cada célula pertence ou não ao objeto, bastando para isso testar a inclusão do ponto na equação da elipse associada.

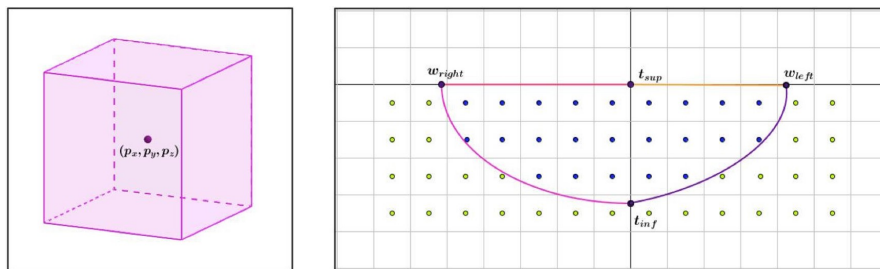


Figura 2.11: Funcionamento da função *in_out* [2].

A seguir exibimos alguns exemplos de lobos gerados, onde cada camada foi indicada por uma cor diferente. Além disso, serão mostrados, também, os parâmetros utilizados para a criação de cada lobo. Para a geração das imagens, foi utilizado um *grid* com dimensão $100 \times 100 \times 100$.

Tabela 2.1: Tabela referente a Figura 2.12

Parâmetro	Valor
<i>Ponto de origem</i>	(0, 0, 0)
w_l	2.2691
w_r	1.8457
t_{sup}	0.3892
t_{inf}	0.4354
l	5
d	0

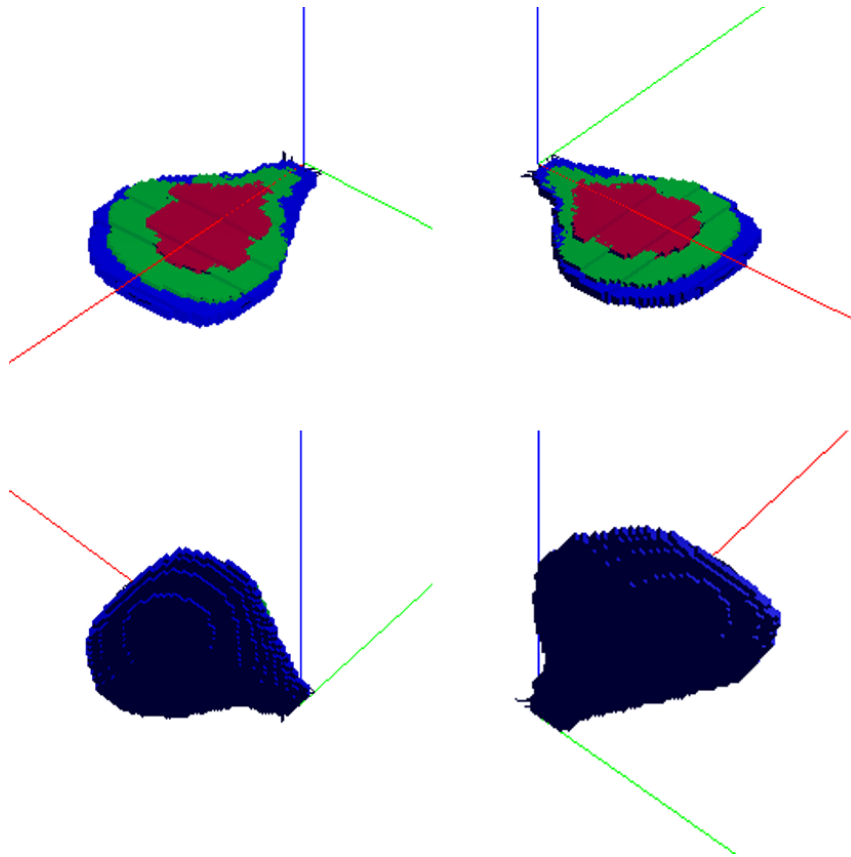


Figura 2.12: Exemplo de lobo turbidítico com 3 camadas.

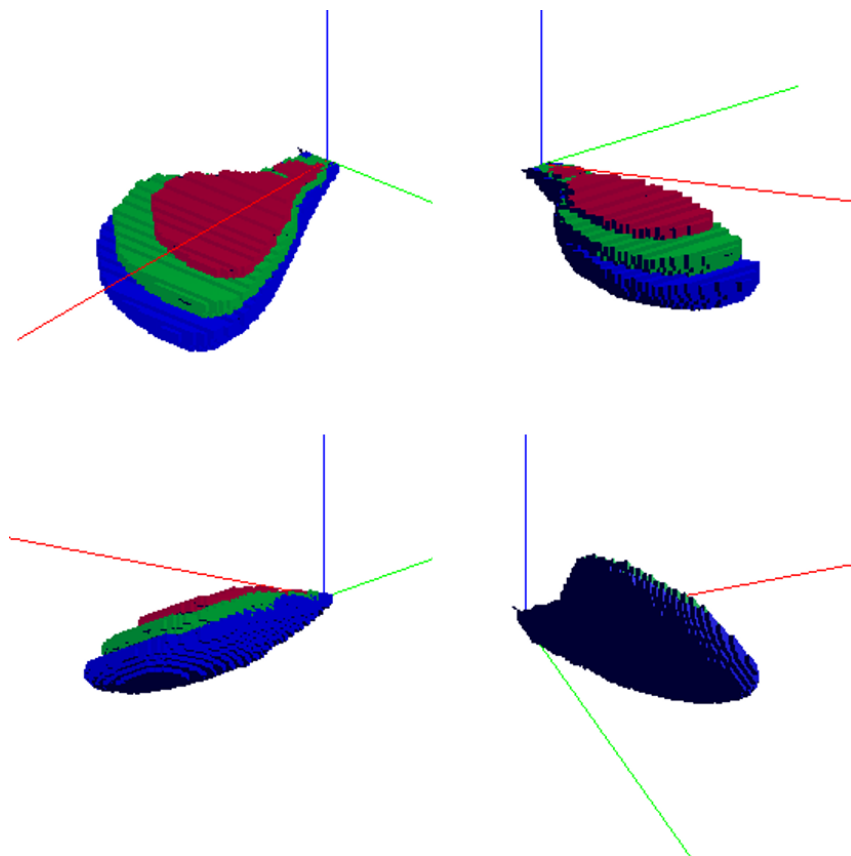


Figura 2.13: Exemplo de lobo turbidítico com 3 camadas.

Tabela 2.2: Tabela referente a Figura 2.13

Parâmetro	Valor
<i>Ponto de origem</i>	(0, 0, 0)
w_l	3.1714
w_r	1.0459
t_{sup}	0.7302
t_{inf}	1.5901
l	5
d	0

3

A Superfície de base

Neste capítulo apresentaremos um método para modelar a base do lobo turbidítico apresentado no capítulo anterior a uma superfície previamente dada. Primeiramente, mostraremos a modelagem a uma superfície qualquer e, a seguir, utilizaremos o método de interpolação de Shapard [14] para criar uma superfície a partir de uma nuvem de pontos no \mathbb{R}^3 .

3.1

Introdução

Diversos sedimentos formam o solo marinho, constituído principalmente por sedimentos terrígenos e biogênicos [4]. Os terrígenos são originados fora da bacia de deposição, possuindo diferentes tamanhos e resultante de processos de intemperismo e erosão das rochas continentais. Estes sedimentos são levados para águas profundas a partir de diversas causas, como rios, ação dos ventos e, também, correntes de turbidez. Podem ser constituídos por partículas orgânicas, como fragmentos de raízes, folhas e fragmentos corporais, ou inorgânicas, como fragmentos de rochas e grãos de minerais. Por outro lado, os biogênicos são originados na própria bacia de deposição, predominantes nas águas profundas, onde os sedimentos terrígenos são pouco encontrados. Formados por uma variedade enorme de componentes de origem biológica, como esponjas, ouriços do mar, entre outros.

Tendo em vista esta formação complexa do ambiente marinho, torna-se imprescindível adaptar a geometria do lobo turbidítico a essa diferente composição do solo submarino. Levando em consideração, também, a ação natural da erosão causada por diversos fenômenos atmosféricos, apresentamos neste capítulo um método capaz de alocar uma superfície de base nos lobos turbidíticos apresentados no capítulo 3.

3.2

Superfície genérica

Considere $f : \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Definiremos a superfície de base \mathcal{S} como o gráfico de f , onde $D = [x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}]$ é o domínio da mesma. A partir deste ponto, o teste de definição de quais pontos do *grid*

pertencem ou não ao reservatório sofre mais uma alteração, pois as células que se encontram abaixo de S serão classificadas como não reservatório. Para isso, para cada célula do *grid*, representada pelo seu centro (px, py, pz) , o seguinte teste é feito:

1. Se $pz < f(px, py)$, então (px, py, pz) está abaixo da superfície, logo $g[i][j][k] = 1$.
2. Se $pz > f(px, py)$, então (px, py, pz) está acima da superfície e $g[i][j][k] = \phi(px, py, pz)$

Com este novo teste, uma nova função $\psi : U \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ é criada com objetivo de classificar a localização dos pontos do *grid* com relação a S da seguinte forma:

$$\psi(px, py, pz) = \begin{cases} 1 & \text{se } (px, py, pz) \text{ estiver abaixo da superfície} \\ \phi(px, py, pz) & \text{se } (px, py, pz) \text{ estiver acima da superfície} \end{cases}$$

Desta forma, os valores alocados na matriz g serão definidos apenas pela função ψ , pois engloba todos os testes necessários para a criação do lobo turbidítico em relação aos parâmetros geométricos e à superfície de base S . A partir deste ponto, todos os exemplos serão representados em um *grid* de dimensão $100 \times 100 \times 100$ e apresentaremos dois exemplos que ilustram a função ψ .

A Figura 3.1 exibe um exemplo onde a superfície S está definida pela função $f(x, y) = 0$. Na imagem de cima, vemos S em vermelho e o lobo turbidítico antes da execução de ψ , e na imagem de baixo, ψ foi executada.

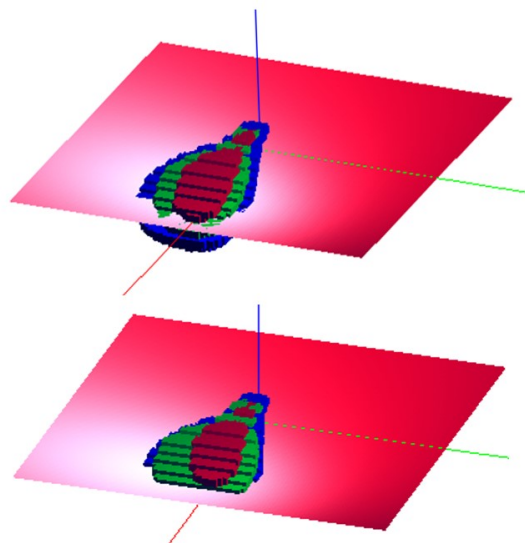


Figura 3.1: Superfície S determinada por $f(x, y) = 0$.

Este primeiro exemplo mostra como a função ψ funciona. Na imagem de cima, o lobo turbidítico está construído em sua totalidade, sem levar a superfície S em consideração. Por outro lado, na imagem de baixo, as células do *grid* localizadas abaixo de S não foram consideradas na construção do turbidito, exemplificando o desempenho de ψ .

No próximo exemplo a ser apresentado, a superfície S é definida pelo gráfico da função $f(x, y) = \cos(x + y)$.

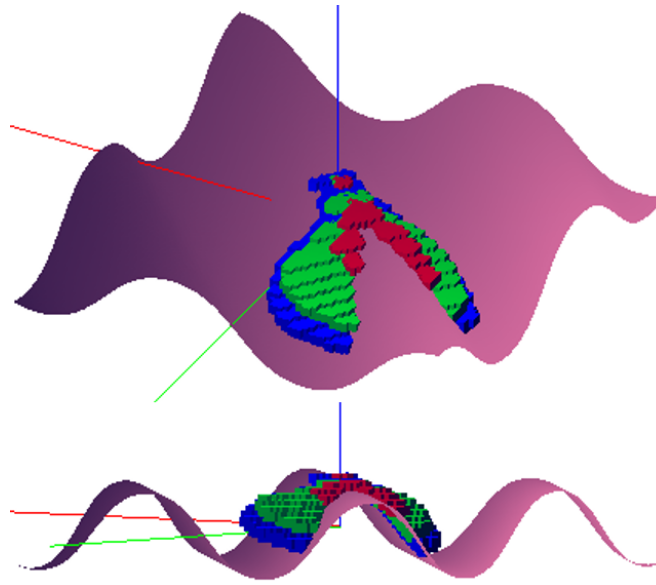


Figura 3.2: Superfície S com $f(x, y) = \cos(x + y)$.

Na próxima seção utilizaremos o método de Shepard [14] para criar uma superfície a partir de uma nuvem de pontos obtidos através de dados de sísmica, cedidos pela Petrobras.

3.3 Modelando o lobo à uma superfície de base

Vimos anteriormente que o fundo do mar não é formado por um solo homogêneo, possuindo sedimentos que deformam sua aparência, precisando adaptar o lobo a esta nova superfície base.

A superfície que criaremos aqui através da interpolação de Shepard [14] é representada por um conjunto de pontos no \mathbb{R}^3 cedidos pela Petrobras. Em nosso exemplo, o conjunto tem 19266 pontos e determinam o relevo submarino do cânion da baía de Monterey, obtido pela *Seafloor Mapping Lab* [13] através de batimetria, ciência que mede a profundidade das massas de água. Como curiosidade, podemos observar este cânion no *google maps* [6], exibido na Figura 3.3.



Figura 3.3: Baía de Monterey [6]

A imagem cedida contempla apenas o início do cânion, porém já foi o suficiente para construção de um cenário realista. Utilizando o método de interpolação de Shepard [14], definimos uma superfície \mathcal{S} obtida através da interpolação destes pontos.

3.3.1 Método de interpolação de Shepard

Neste trabalho, buscamos encontrar uma função contínua com domínio no \mathbb{R}^2 , a partir de um conjunto de pontos dados. De forma mais geral, dados n pontos $P_i = (x_i, y_i, z_i)$, $i \in \{0, \dots, n-1\}$, queremos encontrar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ contínua, de forma que $f(x_i, y_i) = z_i$. Destarte, f é uma função interpolante que passa por todos os n pontos dados.

Dentre os diversos métodos de interpolação encontrados na literatura, destaca-se o método de Shepard [14], que utilizaremos neste trabalho com objetivo de contruir uma superfície que interpole um conjunto de pontos no espaço \mathbb{R}^3 .

Considere os pontos $P_i = (x_i, y_i, z_i)$, o método de Shepard define a função f da seguinte maneira:

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{n-1} z_i v_i(x, y)$$

Onde:

$$v_i(x, y) = \frac{w_i(x, y)}{\sum_{k=0}^{n-1} w_k(x, y)}$$

$$w_i(x, y) = \frac{1}{r_i(x, y)^q}$$

$$r_i(x, y) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

Uma forma numericamente mais estável para calcular os v_i é dada por:

$$v_i(x, y) = \frac{\prod_{j=0, j \neq i}^{n-1} r_j^q}{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\prod_{j=0, j \neq k}^{n-1} r_j^q \right)}$$

Onde $r_j = r_j(x, y)$.

Abaixo, expomos algumas propriedades da função interpolante proposta por Shepard [14]:

- Se $v_i(x, y) \geq 0$ e $\sum_{k=0}^{n-1} v_k(x, y) = 1$, então

$$\min_i z_i \leq f(x, y) \leq \max_i z_i$$

- Se $z_i \geq 0$ para todo $i \in \{0, \dots, n-1\}$, então $f(x, y) \geq 0 \forall (x, y)$;
- Se $z_i = K \in \mathbb{R}$, para todo $i \in \{0, \dots, n-1\}$, então $f(x, y) = K \forall (x, y)$.

Como exemplo, vejamos o processo de interpolação de cinco pontos. Seja o conjunto $P = \{(0.5, -1, 0), (-2, 1, 0), (1, 1, 1), (0, 0, 0), (-1, -0.5, 1)\}$. Apresentaremos o gráfico da função f encontrada a partir destes pontos como uma superfície $S \subset \mathbb{R}^3$.

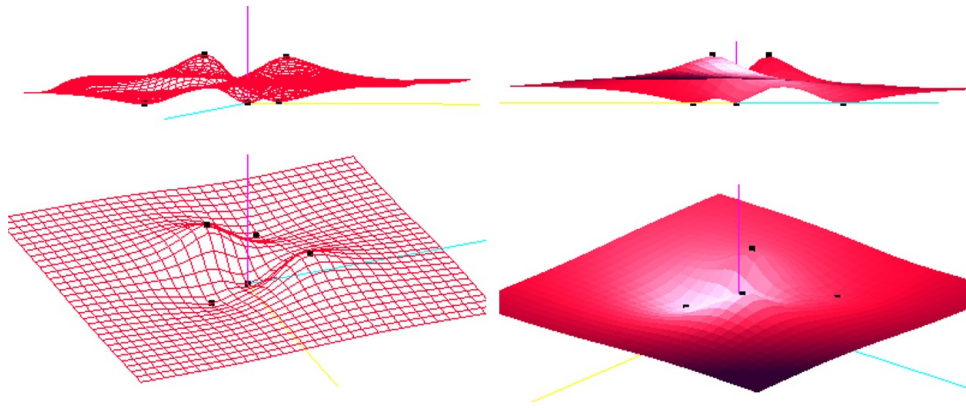


Figura 3.4: Superfície $S \subset \mathbb{R}^3$.

3.3.2

A superfície de base

A Figura 3.5 exibe a nuvem de pontos, originadora da superfície interpolante. Definida a função interpolante, executamos ψ nos pontos do *grid*. Nos exemplos apresentados neste capítulo, foram utilizados valores fixados para os parâmetros do turbidito e, para garantir que seu ponto de origem sempre esteja acima da superfície, a coordenada z da origem será dada em função de x e de y . Ou seja, o ponto de origem será $P = (x_o, y_o, f(x_o, y_o) + 0.2)$. O acréscimo de 0.2 se deu em função do ponto estar estritamente acima de S , mas este valor é arbitrário.

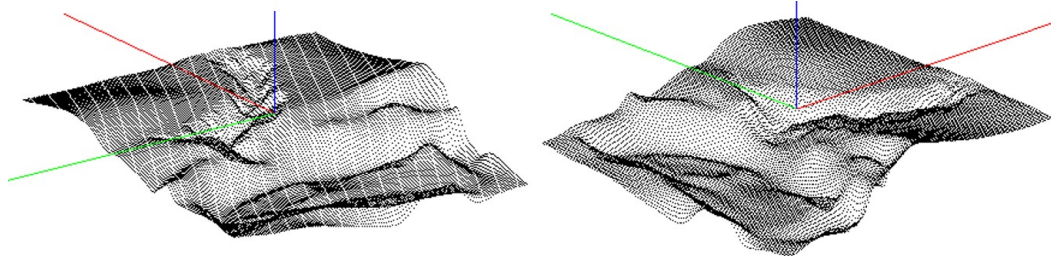


Figura 3.5: Nuvem de pontos que origina S .

Na Tabela 3.1, exibimos os valores dos parâmetros geométricos utilizados para a construção do turbidito de referência, que será aplicado à função ψ , para, assim, verificarmos o resultado final obtido pela modelagem apresentada neste capítulo.

Nas Figuras a seguir, serão apresentados os resultados obtidos através do processo descrito neste capítulo. O objetivo principal foi o de construir um reservatório turbidítico adaptado à uma superfície de base que se assemelha ao relevo de águas profundas, local onde comumente encontram-se estes reservatórios.

Podemos observar na Figura 3.6 que o lobo não ultrapassa os limites de S , moldando a geometria do corpo em relação à representação do fundo do mar. Já

Tabela 3.1: Parâmetros do lobo turbidítico referência.

Parâmetro	Valor
<i>Ponto de origem</i>	$(5, -2, 0.022)$
w_l	5
w_r	5
t_{sup}	1.5
t_{inf}	1
l	10
d	200

na Figura 3.8, temos imagens apenas do lobo turbidítico sem a superfície. Nas duas imagens de baixo é notório como a corrente de turbidez percorreu e assentou-se no relevo representado pela superfície.

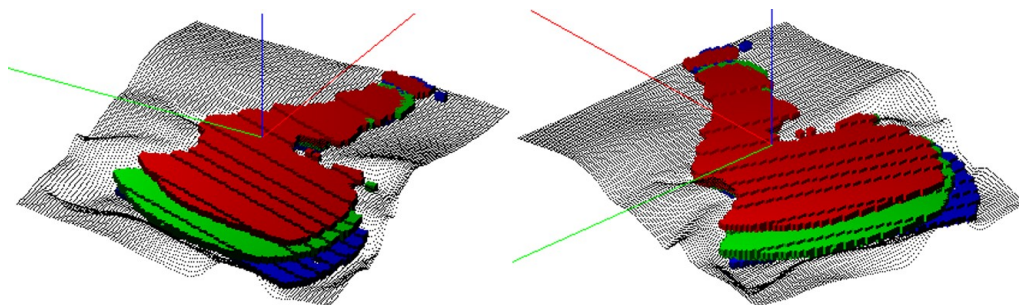


Figura 3.6: Lobo adaptado com a nuvem de pontos.

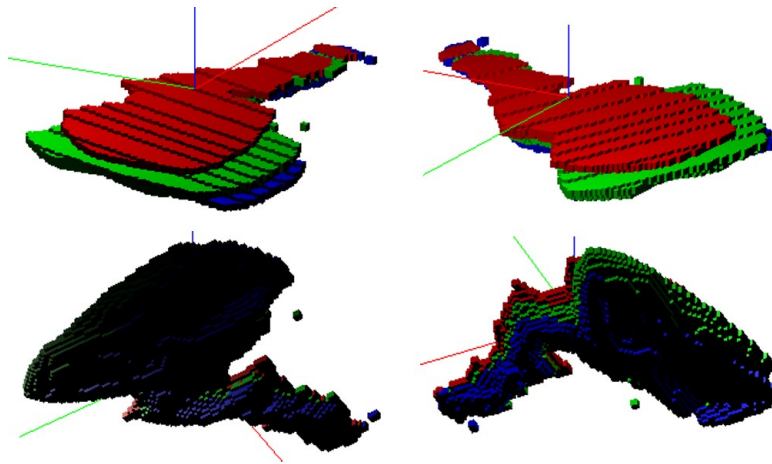


Figura 3.7: Lobo adaptado à S .

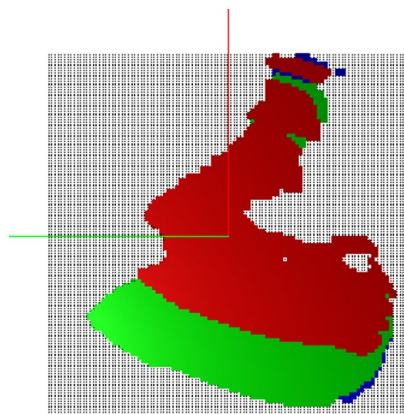


Figura 3.8: Lobo adaptado à S visto de cima.

4

Simulações Através do IMEX

Neste capítulo iremos explicar como funciona o IMEX [3], um simulador de fluxo da Computer Modeling Group (CMG) baseado no método das diferenças finitas [8] e sua aplicação aos reservatórios turbidíticos delimitados pela superfície de base.

4.1

Introdução

O IMEX é um simulador de fluxo comercial criado pela empresa Computer Modeling Group e o utilizaremos para simular testes de formação em lobos turbidíticos delimitados por uma superfície de base, que servirão como dados condicionantes para simulação das propriedades internas dos turbiditos (permeabilidade, por exemplo).

4.1.1

Propriedades das rochas e reservatórios

Nesta seção buscamos dar uma breve introdução aos conceitos e definições dos fluidos e das rochas, que constituem fatores importantes para o estudo do comportamento de reservatórios de petróleo.

A *porosidade* é uma propriedade da rocha de suma importância na engenharia dos reservatórios, uma vez que determina a capacidade de armazenamento de fluidos da rocha. Podemos definir porosidade (ϕ) como a relação entre o volume de vazios (V_v) de uma rocha e o seu volume total (V_t), assim:

$$\phi = \frac{V_v}{V_t}$$

O *arenito* é um dos tipos de rocha mais encontrados em reservatórios por todo o mundo [11]. A figura 4.1 apresenta um esquema de amostra de um arenito, expondo o espaço ocupado pela rocha e os espaços vazios.

A porosidade das rochas se dá em função do grau de compactação que as mesmas se encontram. Quanto maior a profundidade, maior é a força de compactação que a rocha se submete. A variação do volume poroso é chamada de *compressibilidade efetiva* (c_f) da formação ou dos poros, definida como uma derivada em função da pressão interna na rocha (p), exibida na seguinte equação:

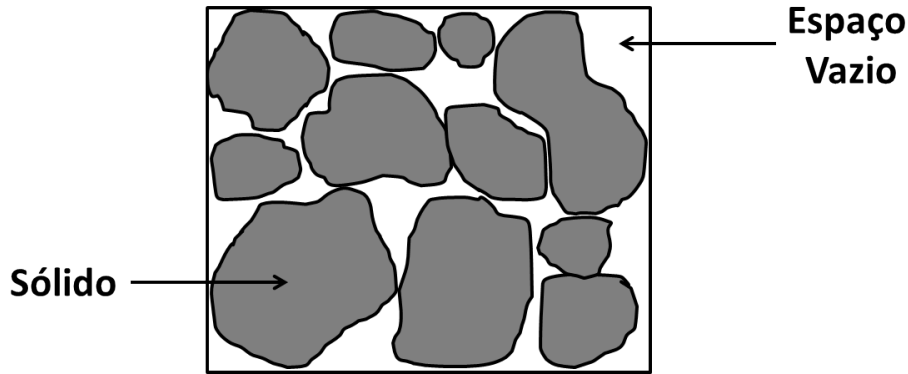


Figura 4.1: Amostra de arenito.

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}$$

Os espaços vazios de um determinado material poroso podem estar preenchidos por um líquido e, os espaços derradeiros, por um gás específico. Ainda podemos ter dois ou três líquidos imiscíveis preenchendo todo espaço vazio. Assim, se torna indispensável o conhecimento de cada composto do reservatório, pois as quantidades de diferentes fluidos, definem seu valor econômico [11].

Define-se *saturação* de um fluido (S_f) em um meio poroso a fração do volume ocupado pelo fluido (V_f) sobre o volume poroso do meio (V_p).

$$S_f = \frac{V_f}{V_p}$$

A *permeabilidade* de um meio poroso é uma medida de sua capacidade de transmitir fluidos. Mais comumente, é a medida da condutividade de fluidos de um material. Para encontrar uma medição para a permeabilidade, precisaríamos de uma equação que regulasse o fluxo, com intervenção de alguns outros parâmetros. Após o surgimento de inúmeras outras ideias simples e avançadas, a equação de maior utilização prática para o estudo do fluxo dos fluidos em um meio poroso foi formulada por Henry Darcy, em 1856. Ao estudar problemas de tratamentos de água através de filtros de areia, Darcy observou que os resultados da experiência seguiam a seguinte equação:

$$q = K A \frac{h_1 - h_2}{L}$$

Onde q representa a vazão da água em um cilindro cuja área da seção transversal é igual a A , L é a altura do meio poroso, h_1 e h_2 são alturas da água medidas na entrada e saída do filtro, representando o potencial hidráulico nos dois pontos, e K é uma constante de proporcionalidade.

A partir da realização de experiências com outros fluidos, descobriu-se

que a constante K podia ser escrita como $\frac{\gamma k}{\mu}$, onde γ é o peso específico do fluido, μ , sua viscosidade, e k uma propriedade específica da rocha, denominada de *permeabilidade absoluta*. Assim, a equação encontrada por Darcy pode ser reescrita da seguinte forma (Δp é o diferencial de pressão):

$$q = \frac{k A \Delta p}{\mu L}$$

Para mais informações e definições sobre este assunto, ver [11] e [16].

4.1.2

Teste de formação

A *avaliação de formação* [1] é um conjunto de atividades e estudos objetivando o conhecimento de uma formação do reservatório (permeabilidade, porosidade, etc.). O *teste de formação* [1] é uma das metodologias mais utilizadas para estimar propriedades de uma formação. Possui diversos objetivos, dentre eles podemos citar a identificação do fluido contido na formação, obtenção de amostras deste fluido, avaliar a capacidade produtiva da formação, determinar a extensão do reservatório e determinar a pressão inicial e a pressão média.

Neste trabalho, utilizaremos os testes de formação para extrairmos dados de pressão inicial p_0 e pressão média no fundo do poço p_{wf} e valores de vazão de óleo de cada camada presente no reservatório. Assim, poderemos criar um método capaz de estimar os valores de permeabilidades e parâmetros geométricos de um reservatório, expostos nos Capítulos 5 e 6.

4.1.3

A Equação da difusividade

O método que o IMEX utiliza para simular os testes de formação nos poços é através da resolução de uma equação diferencial parcial chamada de *Equação da Difusividade*, dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(x, y, z) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(x, y, z) \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(x, y, z) \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \phi(x, y, z) \mu c_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

A equação é dada em coordenadas cartesianas $x - y - z$, desprezando o fluxo na direção vertical, escoamento monofásico e isotérmico para rochas e fluidos com compressibilidades pequenas e constantes, viscosidade constante, baixas velocidades e pequenos gradientes de pressão, onde $k_l(x, y, z)$ é definida como a permeabilidade na direção l na posição (x, y, z) e c_t é a soma da compressibilidade isotérmica do fluido com a compressibilidade da rocha. A permeabilidade e a porosidade são independentes da pressão.

Assumindo um meio poroso homogêneo, tem-se que $k_x(x, y, z) = k_x$ (constante na direção x para quaisquer posições de y e z), $k_y(x, y, z) = k_y$ e $k_z(x, y, z) = k_z$ com as mesmas explicações. Também temos que $\phi(x, y, z) = \phi$ constante. Assim:

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \phi \mu c_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

A partir do método das diferenças finitas [8], o IMEX obtém valores de pressão a partir das condições iniciais e condições de contorno cedidas previamente a partir do arquivo base. Na próxima seção, vejamos as propriedades deste item crucial para a simulação.

4.1.4

Arquivo base do IMEX

Para efetuarmos a simulação de um teste de formação no IMEX, precisamos construir um arquivo base contendo as propriedades do fluido e da rocha, como exemplo, os valores de porosidade, viscosidade e compressibilidade do fluido. Além disso, também precisa ser informado alguns dados da geometria do corpo, como o tamanho de cada célula do *grid* e a sua dimensão. Para simplificação das simulações, todos estes valores serão os mesmos para todos os testes, com exceção das permeabilidades, que é um dos focos de estudo deste trabalho.

Os turbiditos serão considerados um grande e único canal e, a cada simulação de um teste de formação, o IMEX nos retornará os valores de pressão no fundo do poço deste reservatório.

O *grid* utilizado nos exemplos deste capítulo e no restante deste trabalho serão de tamanho $100 \times 100 \times 100$ células. Nas simulações, cada célula é um cubo com lado medindo 50 metros. Os corpos foram gerados e exportados para o IMEX e as imagens a seguir foram geradas com as curvas de nível, onde a cor azul significa a parte mais elevada e a vermelha a profundidade mais baixa.

O turbidito apresentado na Figura 4.2 possui três camadas, como pode ser observado. Para simularmos o teste de formação, precisamos definir um valor inicial de permeabilidade para cada camada do reservatório. Para a camada mais profunda, utilizamos $K_{low} = K_1$, já para a camada do meio, $K_{med} = K_2$ e para a camada superior $K_{up} = K_3$. Para representar o conjunto de permeabilidades de cada turbidito, usamos a seguinte notação $(K_{up}, K_{med}, K_{low})$, neste caso, (K_3, K_2, K_1) .

Cada célula do *grid* receberá um valor de permeabilidade $K_{i,j,k}$ de acordo com os valores definidos pela função ψ , da seguinte maneira:

- Se $g [i] [j] [k] = 5$, então $K_{i,j,k} = K_1$;

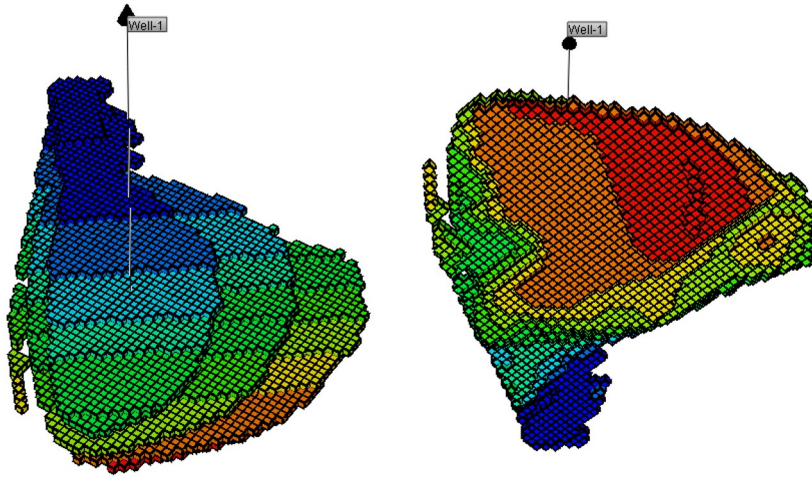


Figura 4.2: Turbidito exportado para o IMEX.

- Se $g[i][j][k] = 3$, então $K_{i,j,k} = K_2$;
- Se $g[i][j][k] = 2$, então $K_{i,j,k} = K_3$;
- Se $g[i][j][k] = 1$, então $K_{i,j,k} = 1$;

Este teste varre todas as células do *grid* para determinar seus valores de permeabilidades, definidas genericamente como (K_3, K_2, K_1) até agora. Sendo assim, todas as células que pertencerem a uma mesma camada, terão os mesmos valores de permeabilidades. Esta é a definição de K_{low} , K_{med} e K_{up} .

Um arquivo contendo as permeabilidades de todas as células do *grid* é gerado e anexado ao arquivo base para efetuarmos a simulação.

Falta ainda o arquivo que chamaremos de nulidade do reservatório, que serve para definir quais células do *grid* são reservatórios ou não. As células que não pertencerem ao reservatório, são chamadas de células nulas. Para isso, cada célula receberá um valor $N_{i,j,k}$, podendo ser 0 ou 1, onde 0 significa que a célula não é um reservatório e 1 o contrário.

- Se $g[i][j][k] = 1$, então $N_{i,j,k} = 0$;
- Se $g[i][j][k] \neq 1$, então $N_{i,j,k} = 1$;

Este arquivo de células nulas também será anexado ao arquivo base do IMEX para a simulação do teste de formação.

A interpretação da simulação será feita através dos valores de variação de pressão e derivada logarítmica da variação de pressão no reservatório. Para isto, discretizamos o tempo em n pontos, representados por t_i , $i \in \{1, \dots, n\}$ e estes valores serão mostrados e interpretados através de um gráfico com os eixos em escala logarítmica de base 10. Neste trabalho, utilizamos $n = 50$. Duas séries serão mostradas: Δp e $\Delta p'$, tal que:

$$\Delta p' = \frac{d\Delta p}{d \ln(t)} = t \times \frac{d\Delta p}{dt}$$

Onde

- t é o tempo.
- $\Delta p = p_0 - p_{wf}$;
- $\Delta p'$ é a derivada de Δp calculada pelo método de Bourdet [1] em relação ao logaritmo natural de t ;

O resultado obtido pela simulação pode ser visto no gráfico da Figura 4.3, obtido a partir da simulação do lobo turbidítico apresentado na Figura 4.2, com permeabilidades (100, 250, 1000).

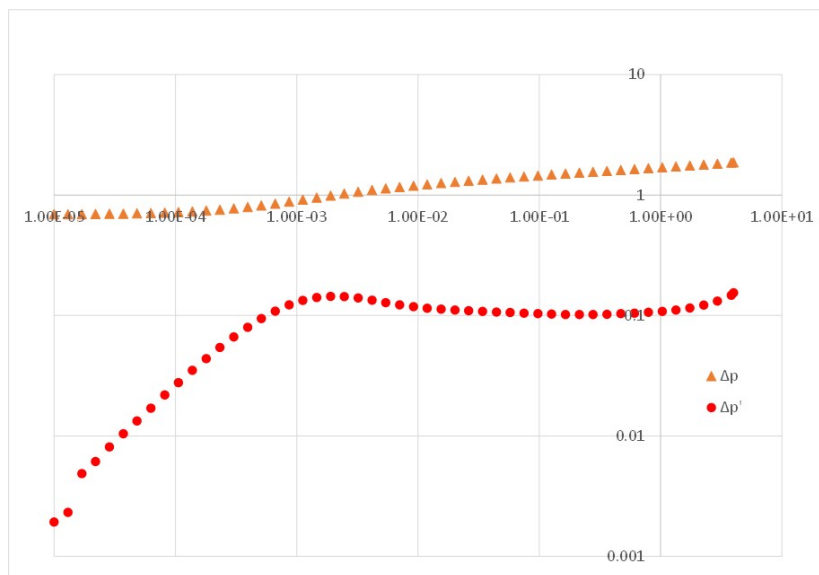


Figura 4.3: Resultado do teste de formação.

A partir deste gráfico podemos observar certas características do reservatório. A série simbolizada em triângulos, representa a variação de pressão no fundo do poço e a simbolizada em círculos, a derivada logarítmica de Δp . Analisando o gráfico da derivada, percebemos que, nos tempos iniciais, o gráfico assemelha-se a uma reta de coeficiente angular igual a 1. Após certo tempo, a curva se estabiliza, levando uma reta horizontal e, nos tempos finais, esboça uma leve subida até o fim da simulação.

A reta de coeficiente angular igual a 1 no início do gráfico, se deve a um problema de estocagem numérica, devido ao tamanho da célula do *grid*. Quando atinge a reta horizontal, a pressão começa a modificar-se como um radial, indicando que o modelo se comporta como um reservatório infinito e a leve subida no final, indica que o teste atingiu um dos limites do reservatório. A figura 4.4 mostra

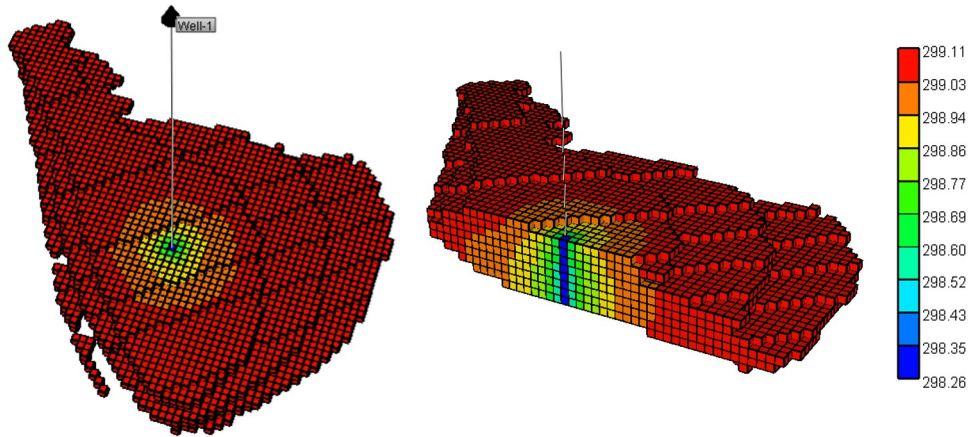


Figura 4.4: Variação da pressão no final do teste.

algumas imagens da variação de pressão das células do reservatório no final do teste.

Um método capaz de amenizar o problema de estocagem numérica, apresentado na Figura 4.3, é a aplicação de um refinamento em torno do poço, diminuindo a dimensão de células do *grid* próximas ao poço, a fim de tornar esta interpretação melhor. Apresentaremos este método na seção seguinte.

4.2 Refinamento em torno do poço

Outro problema encontrado na simulação do teste de formação envolvendo o tamanho da célula do *grid* é o fato do diâmetro do poço ser bem menor em comparação ao lado do cubo que define a célula. Consequentemente, os valores de pressão média calculada para aquelas que contém o poço serão diferentes da pressão calculada no fundo do poço. Para mais detalhes, ver [9].

Este refinamento é calculado através de valores obtidos do estudo da geologia do reservatório, como porosidade, permeabilidade e etc. Para efetuar este cálculo, utilizaremos uma formulação empírica consagrada na área de avaliação de formações, conhecida como "raio de investigação"[1]:

$$r = \frac{1.5\sqrt{\alpha K t}}{\phi \mu c_t d_i}$$

Onde:

- α é a constante de sistema de unidades para conversão de tempos $\alpha = 0.0003484$;
- K é a maior permeabilidade do meio poroso $K = \max \{K_{low}, K_{med}, K_{up}\}$;
- t é o tempo da duração do teste $t = \max_i t_i$;

- ϕ é a porosidade da rocha;
- μ é a viscosidade do fluido;
- c_t é a soma da compressibilidade isotérmica do fluido com a compressibilidade da rocha;
- di é o tamanho do lado de cada cubo formado pelo *grid*.

A partir desta fórmula, conseguimos obter o menor valor ótimo para r , de forma que o teste seja melhor interpretado sem comprometer a eficiência e velocidade do teste, uma vez que o refinamento de todo o reservatório possa parecer a melhor opção, a simulação se tornaria ineficiente, pois o tempo de execução seria aumentado dado o aumento do número das células do *grid*.

O refinamento é feito nos cubos do *grid*. Ou seja, o valor de r será um inteiro e determinará quantos cubos serão refinados a partir do poço. Cada um será subdividido no topo e na base em 9 paralelepípedos. Mais precisamente, a divisão é feita nos eixos x e y em paralelepípedos. A subdivisão no z não é necessária, pois o poço atravessa todas as camadas do reservatório em relação a z e como a pressão varia radialmente nas coordenadas x e y , o refinamento em z não se mostra necessário.

Na Figura 4.5 temos um exemplo de refinamento do poço. Na imagem da esquerda temos o reservatório com as curvas de nível visto de cima, já na imagem da direita, temos o final do teste de formação e a variação da pressão nas células do *grid*. Lembremos que a parte vermelha representa a maior pressão e a azul claro, a menor.

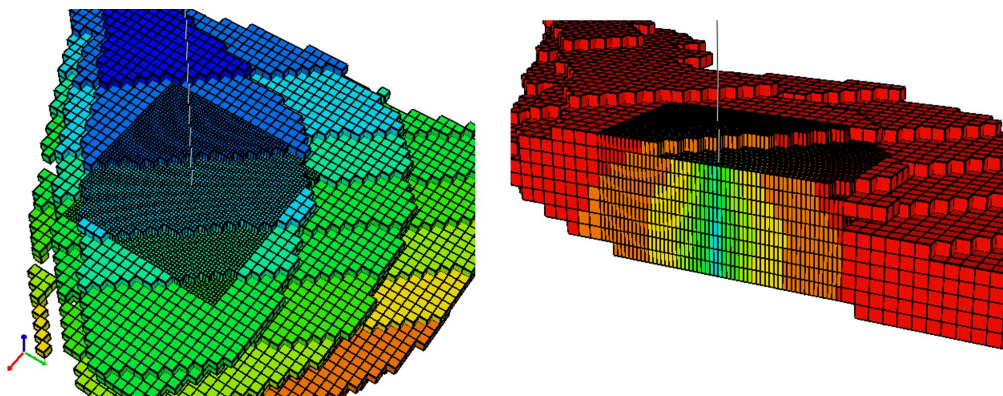


Figura 4.5: Exemplo de refinamento em torno do poço.

Refazendo o teste no IMEX com o mesmo modelo apresentado na Seção 4.1 com o refinamento em torno do poço, podemos ver a diferença nos valores dados como resposta e, ao observar os gráficos da variação da pressão e da derivada logarítmica da variação, podemos fazer uma análise mais precisa do início do teste

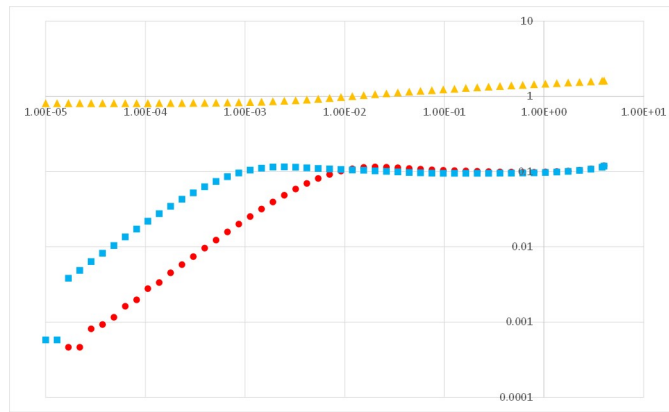


Figura 4.6: Gráfico de Δp e $\Delta p'$ com o refinamento.

de produção. Veja na figura a seguir como este refinamento altera os gráficos, tornando-os mais precisos.

A série em triângulos amarelos representa a variação da pressão no fundo do poço. Ela é a mesma para a comparação dos dois gráficos (Figura 4.3 e Figura 4.6). Contudo, a série simbolizada em quadrados azuis assemelha-se a reta horizontal mais rapidamente do que no outro modelo. Este fato se deve ao refinamento aplicado nas células em torno do poço.

Neste trabalho foram considerados apenas testes em modelos de reservatórios turbidíticos com o refinamento em torno do poço.

4.3

Vazão de produção por completção

Além de nos retornar os dados de pressão, o IMEX também nos informa os valores de vazão de produção em cada completção do poço. Esta informação é muito útil para podermos interferir na produção de cada camada através da alteração do valor das permeabilidades. No Capítulo 5 este processo ficará mais evidente.

No *grid*, o poço perfura o reservatório, com cada completção pertencendo à diferentes células, como podemos observar na Figura 4.7.

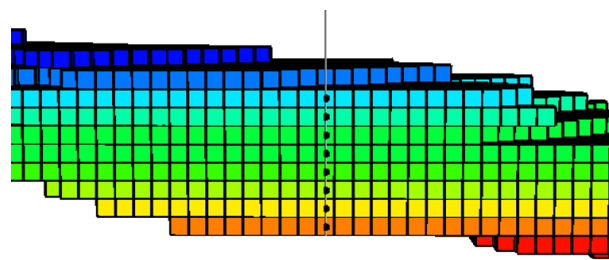


Figura 4.7: Completções do poço.

Os pontos pretos na linha que simboliza o poço, representam suas completações. Os valores do vazão são dados por cada uma delas nos diferentes tempos t_i . Para calcular a porcentagem de produção de cada camada, precisamos identificar quais completações pertencem a cada nível do reservatório, somar os valores de vazão retornados e dividir pela produção máxima do poço. Utilizando como exemplo o teste feito na Seção 4.2, mostraremos como o processo acima é feito para um tempo t_i .

O poço é constituído por oito completações c_1, \dots, c_8 . As quatro primeiras (de baixo para cima) pertencem ao lobo inferior. A quinta pertence ao lobo médio e as três últimas ao superior. Chamaremos de Q_{low} a vazão na camada inferior, Q_{med} na média, e Q_{up} na superior. Assim, bastam fazer os cálculos $Q_{low} = \sum_{i=1}^4 c_i$, $Q_{med} = c_5$ e $Q_{up} = \sum_{i=6}^8 c_i$.

Ao final, temos de calcular a porcentagem de vazão de cada camada. Seja $S = \sum_{i=1}^8 c_i$, assim a porcentagem de cada camada será $P(Q_{low}) = \frac{Q_{low}}{S}$, $P(Q_{med}) = \frac{Q_{med}}{S}$ e $P(Q_{up}) = \frac{Q_{up}}{S}$.

4.4

Resultados obtidos com o IMEX

Na Seção 4.1.3 descrevemos sobre o arquivo base do IMEX. Um dos resultados práticos deste trabalho foi a geração de todos os arquivos necessários para a simulação. No momento em que o turbidito é gerado, automaticamente o arquivo base, o arquivo com permeabilidades e o arquivo de nulidade são criados a partir das propriedades pré estabelecidas.

O arquivo de permeabilidades é gerado genericamente, ou seja, não é definido um valor numérico para a permeabilidade de cada camada. Utilizamos as palavras *PERM1* para se referir a permeabilidade da camada inferior, *PERM2* à camada do meio e *PERM3* à camada superior. Além disso, uma função chamada *mudar_permeabilidade* foi criada com o intuito de alterar estas palavras para um valor numérico à nossa escolha. Este processo ficará evidente no Capítulo 5, onde precisamos fazer segundas alterações neste valor para todas as camadas.

O arquivo base com o refinamento também é gerado automaticamente, tornando a interpretação de todos os testes simulados neste trabalho mais fácil. Sendo assim, todos os gráficos e realizações aqui apresentadas utilizam esta técnica. Nos próximos capítulos, podemos ver como estes resultados influenciaram positivamente o desenvolvimento do trabalho, nos poupando muito tempo de atualizar manualmente estes arquivos.

5

Ajustando permeabilidades

Um dos focos principais deste trabalho é estimar as melhores permeabilidades de reservatórios turbidíticos de acordo com valores obtidos de um teste de formação de referência. Quando é feito um teste desse tipo, podemos ter acesso a diversos dados importantes do reservatório. Um deles é o de pressão no fundo do poço. Com isto, podemos comparar resultados de um teste feito com um turbidito de referência com um simulado pelo nosso algoritmo, com objetivo de minimizar a diferença desses resultados buscando aprimorar a qualidade do modelo representativo daquele turbidito. Sendo assim, este capítulo baseia-se nesta premissa: a busca pela permeabilidade ótima de um turbidito.

5.1

Primeiras simulações

Neste capítulo, uma conexão imediata é feita utilizando os conceitos explicados nos capítulos anteriores. Primeiro se constrói o turbidito já delimitado pela superfície de base e, então, começam-se as simulações. Como não tivemos acesso a um teste de formação real, optamos por simular um caso no IMEX e decretarmos como o caso de referência. Sendo assim, nossa simulação busca reproduzir os mesmos valores de permeabilidades deste caso.

Antes de prosseguir com as explicações, vejamos como a mudança das permeabilidades afeta os dados de pressão do fundo do poço. Para isto, utilizaremos o mesmo lobo em duas simulações: uma com permeabilidades (100, 500, 1000) e outra com (50, 300, 700), lembrando que os casos gerados são refinados em torno do poço.

No gráfico apresentado na Figura 5.1, mostramos Δp e $\Delta p'$, ambos em escala logarítmica de base 10. Foi usado o mesmo reservatório, modificando apenas o valor das permeabilidades. É perceptível a diferença dos gráficos de pressão, o que nos faz concluir que a permeabilidade é um fator de grande importância na determinação da pressão do fundo do poço durante os testes de formação.

Podemos, também, calcular o erro entre as duas simulações baseando-se nos dados de pressão obtidos através da simulação no IMEX. Esta função será calculada através da soma dos quadrados das diferenças entre o logaritmo natural dos $\Delta p'$ [7]. Contudo, temos que escolher um dos casos sendo o de referência e

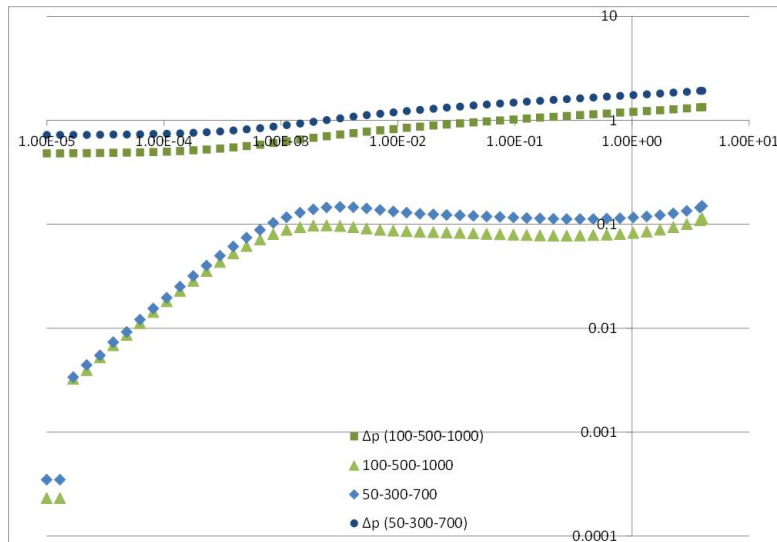


Figura 5.1: Diferença de simulações.

calcularmos o erro em relação a este caso. A função objetivo f_obj de interesse está descrita a seguir:

$$f_obj = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{\log(\Delta p'_{i,ref}) - \log(\Delta p'_{i,sim})}{\log(\Delta p'_{i,ref})} \right)^2$$

Além da função objetivo, foi utilizado um método similar para definir se o gráfico do caso simulado está acima ou abaixo do caso referência. Basicamente trata-se do mesmo processo do cálculo de f_obj , sem elevar a diferença dos logaritmos de $\Delta p'$ ao quadrado. Denominamos esta função de decisão de f_aux e, para evitar mal entendido, é calculada da seguinte forma:

$$f_obj = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{\log(\Delta p'_{i,ref}) - \log(\Delta p'_{i,sim})}{\log(\Delta p'_{i,ref})} \right)$$

Nas duas equações acima, p_{ref} representa os dados que definirmos como caso referência e o p_{sim} o caso simulado, ou seja, aquele que desejamos comparar com a referência.

No exemplo anterior, escolhendo o caso (100, 500, 1000) como referência e efetuando o cálculo da função objetivo comparando com o caso (50, 300, 700), temos que $f_obj = 0.764501$ e $f_aux = 5.40112$. Perceba que o valor atribuído a f_aux é positivo, pois os dados simulados estão acima dos dados de referência.

Estas funções foram escolhidas desta maneira, pois a utilização da função logaritmo torna suas variações sensíveis às mudanças de permeabilidades das camadas. Para mais detalhes sobre esta escolha, ver [7].

A seguir mostramos um roteiro que resume essencialmente o que faremos neste capítulo: criaremos um reservatório turbidítico, definiremos as permeabilida-

des de cada camada e calcularemos a função objetivo. Se f_{obj} for menor que um erro previamente definido, o programa para e retorna o melhor valor encontrado para $(K_{low}, K_{med}, K_{up})$. Caso contrário, perturbamos cada uma delas de acordo com o resultado de f_{obj} e f_{aux} e repetimos o processo até que $f_{obj} < erro$.

Abaixo listaremos o algoritmo usado para o ajuste das permeabilidades dos lobos turbidíticos:

- i) Criação do turbidito;
 - arquivo base com refinamento;
 - arquivo de permeabilidades;
 - arquivo de nulidade;
- ii) Definição das permeabilidades;
 - Altera os valores de $K_{i,j,k}$;
- iii) Cálculo da função objetivo;
- iv) Função objetivo dentro do erro?
 - Se sim, parar.
 - Se não, retornar ao passo (ii).

Com estes dados, podemos partir para o primeiro caso estudado neste capítulo. O objetivo é descobrir a melhor permeabilidade de um reservatório turbidítico tendo dados de pressão e de fluxo de um caso verdadeiro como referência.

5.2

Turbidito com uma camada

Antes de tudo, precisamos definir os dados que serão usados como referência, que serão chamados como "caso verdade". Para isto, faremos uma simulação de um turbidito com uma camada e permeabilidade $K = 500$. Assim, nossa meta é começar com permeabilidades discrepantes do caso verdade e aproximá-las conforme explicado na seção anterior.

A perturbação será de $x\%$ do valor de permeabilidade escolhida a cada iteração. O valor de x será definido de acordo com o valor da f_{obj} ; quanto menor for seu valor, menor será x . Elucidaremos como se dará este processo de aproximação de permeabilidades a seguir:

- Cálculo da função objetivo;
- Se $f_{obj} > erro$ temos dois caso possíveis:
 - i) Se $f_{aux} < 0$, então K será acrescida em $x\%$;
 - ii) Se $f_{aux} > 0$, então K será reduzida em $x\%$.

- Realizar todo processo novamente até que $f_obj < erro$.

A escolha do valor de x está mostrada na Tabela 5.1. Para valores abaixo de 0.05, x será 1% até o final da simulação.

Tabela 5.1: Valor de x .

f_obj	Valor
> 2	20%
$[2, 1[$	10%
$[1, 0.1[$	5%
$[0.1, 0.05[$	2%
< 0.05	1%

Posto que toda explicação já foi dada, faremos dois casos de aproximação nesta seção: o primeiro com permeabilidade inicial $K_0 = 100$ e o segundo com $K_0 = 1000$. Teremos dois critérios de parada: se a função objetivo estiver dentro do erro definido ou se f_aux mudar de sinal. O erro usado para esta Seção será de $erro = 0.0008$.

Caso $K_0 = 100$:

O sistema rodou em 1 minuto e 50 segundos e esboçamos o gráfico da função objetivo em cada iteração em escala logarítmica de base 10, pois, após a iteração 9, os valores ficam cada vez mais próximos de 0, ficando imperceptível aos olhos o decaimento. Porém, ao escolhermos uma escala logarítmica para os valores de f_obj , vemos seu decaimento e sua aproximação a 0 de forma imediata. Em seguida mostraremos os resultados obtidos na Tabela 5.2 contendo o número da iteração, o valor da permeabilidade e o valor da função objetivo.

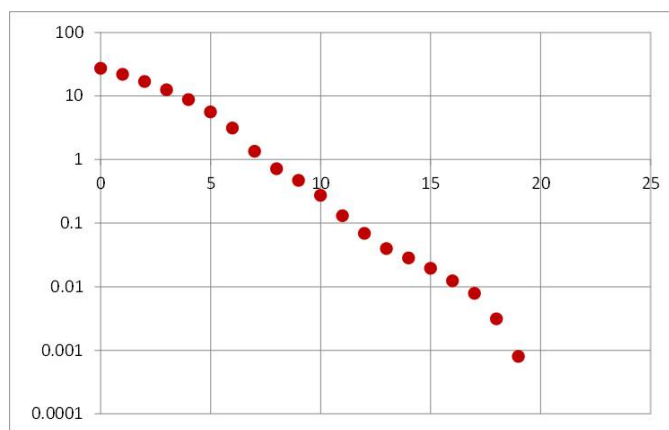


Figura 5.2: $f_obj \times$ iteração caso $K_0 = 500$.

Como, na iteração 20, o valor da função objetivo foi de 0, ele não aparece no gráfico acima por se tratar de escala logarítmica.

Tabela 5.2: Aproximação da permeabilidade caso $k_0 = 500$.

iteração	Permeabilidade	f_{obj}
0	100	27.2356
1	120	21.7437
2	144	16.7886
3	172	12.5068
4	206	8.75024
5	247	5.60173
6	296	3.12979
7	355	1.34893
8	390	0.713096
9	409	0.467209
10	429	0.272086
11	450	0.129964
12	463	0.0688194
13	472	0.0395983
14	476	0.0282069
15	480	0.0194627
16	484	0.0123429
17	488	0.00782194
18	492	0.00311334
19	496	0.000801406
20	500	0

Vejamos abaixo um gráfico com os valores de $\Delta p'$ calculados com os valores obtidos nas iterações 0, 4 e 8, além dos valores de referência, para observamos como a aproximação se dá durante o processo de ajuste. Também fica evidente como a função objetivo calcula o erro relativo do caso simulado ao caso de referência.

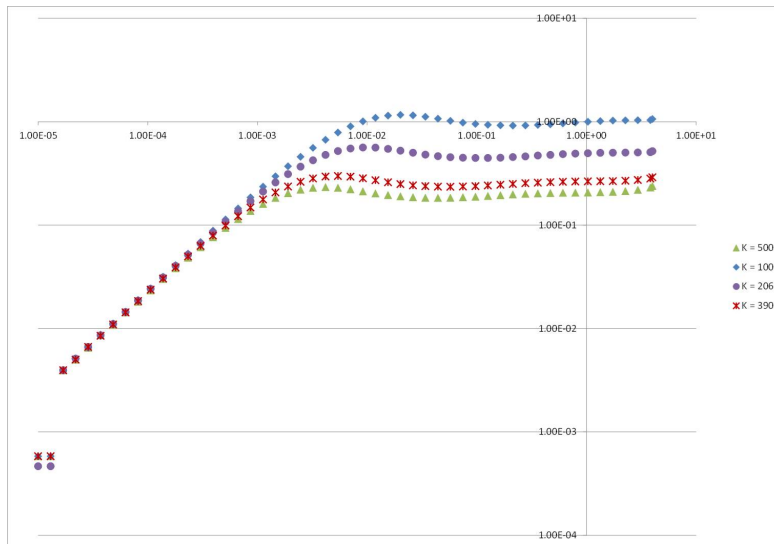


Figura 5.3: Gráfico de aproximação de $\Delta p'$.

Caso $K_0 = 1000$:

Para a simulação deste caso, usaremos o mesmo modelo para a escolha da porcentagem de perturbação, exposta na Tabela 5.1. Começaremos com o valor de permeabilidade $K_0 = 1000$ e queremos aproximar ao caso verdade, onde $K = 500$. A seguir expomos a Tabela 5.3 referente ao número da iteração, valor da permeabilidade e da função objetivo e o gráfico $f_{obj} \times$ iteração.

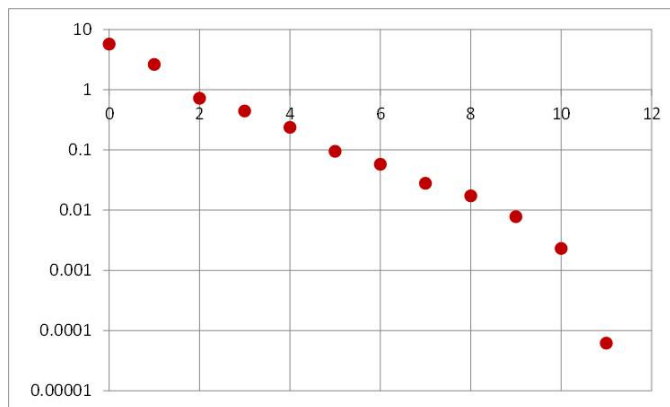


Figura 5.4: $f_{obj} \times$ iteração caso $K_0 = 1000$.

O processo foi executado em 1 minuto e 6 segundos e obteve uma aproximação mais rápida do que no primeiro caso. Isso se deve ao fato do decaimento (ou acréscimo) ser em função da porcentagem da permeabilidade da iteração anterior. Quando K_0 é pequeno, levará mais tempo para atingir permeabilidades grandes. Já quando começamos com um valor alto, seu decaimento será bem maior.

Na Figura 5.5 exibimos os valores de $\Delta p'$ das iterações de número 0, 1 e 3 para observarmos o processo de aproximação através dos ajustes de permeabilidades.

Tabela 5.3: Aproximação da permeabilidade caso $K_0 = 1000$.

iteração	Permeabilidade	f_{obj}
0	1000	5.66873
1	800	2.60384
2	640	0.716651
3	607	0.441172
4	576	0.235515
5	547	0.0944502
6	536	0.0574484
7	525	0.0278382
8	519	0.0172314
9	513	0.00773921
10	507	0.00230186
11	501	6.20922e-005

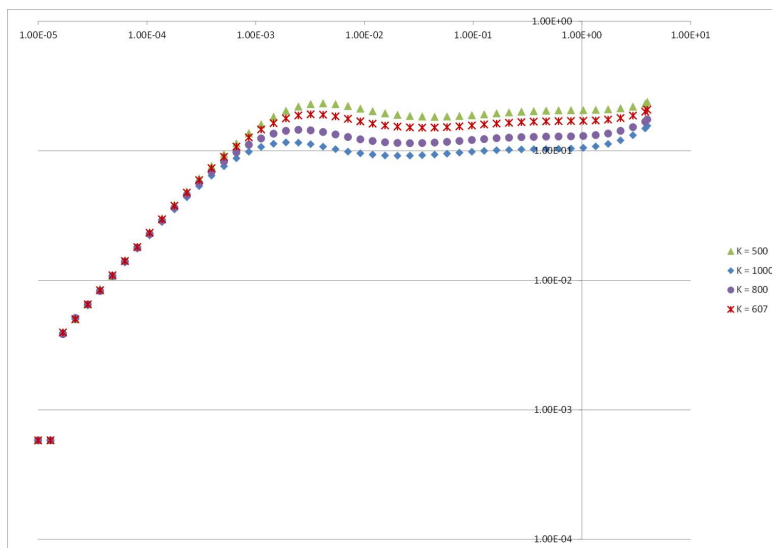


Figura 5.5: Gráfico de aproximação de $\Delta p'$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1521975/CA

5.3 Turbidito com duas camadas

Para os turbiditos com duas camadas, apenas os dados de pressão não serão suficientes para determinar o valor aproximado das permeabilidades, porque tais informações não são diferidas por camada, restando-nos apenas a medida da pressão no fundo do poço. Com isto, precisamos utilizar os dados de vazão por camada. Aliado aos dados de pressão, podemos aproximar as permeabilidades das camadas de acordo com a vazão de óleo que é retornada por tempo. Quanto maior a permeabilidade, maior é a vazão da camada. Contudo, o cálculo da nossa função objetivo terá uma pequena alteração, para considerar o erro relativo à vazão de cada camada. Calcularemos este erro da seguinte forma:

$$E(Q_j) = \sum_{c=1}^k \left(\frac{\log(Q_{c,j}^{ref}) - \log(Q_{c,j}^{sim})}{\log(Q_{c,j}^{ref})} \right)^2$$

Onde:

- k é o número de completações do poço na camada j ;
- Q_j refere a qual camada estamos tratando (Q_{low} , Q_{med} ou Q_{up});
- Q_j^{ref} é o valor da vazão do caso de referência;
- Q_j^{sim} é o valor da vazão do caso simulado.

Como trataremos apenas de duas camadas nesta seção (Q_{low} e Q_{up}), a função objetivo se dará da seguinte forma:

$$f_{obj} = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{\log(\Delta p'_{i,ref}) - \log(\Delta p'_{i,sim})}{\log(\Delta p'_{i,ref})} \right)^2 + E(Q_{low}) + E(Q_{up})$$

O cálculo da função auxiliar continuará o mesmo, pois tem a finalidade de informar se o gráfico da derivada da pressão está acima ou abaixo do caso de referência. Assim, o ajuste do valor das permeabilidades se dará da seguinte maneira:

- Se $f_{aux} < 0$, então K_{low} e K_{up} serão reduzidas em $x\%$;
- Se $f_{aux} > 0$, então K_{low} e K_{up} serão acrescidas em $x\%$;
- Se $Q_{low}^{sim} > Q_{low}^{ref}$, então K_{low} será reduzida em $x\%$. Caso contrário, K_{low} será acrescida em $x\%$;
- Se $Q_{up}^{sim} > Q_{up}^{ref}$, então K_{up} será reduzida em $x\%$. Caso contrário, K_{up} será acrescida em $x\%$;

Todos estes ajustes são feitos simultaneamente, ou seja, se $f_{aux} < 0$ e $Q_{low}^{sim} > Q_{low}^{ref}$, então K_{low} será reduzida em 1% por conta da função auxiliar e 1% do fluxo. Assim, o valor ajustado de K_{low} será $(0.99) \times (0.99) \times K_{low} = (0.9801)K_{low}$.

Definimos o caso verdade sendo um turbidito com duas camadas com as permeabilidades (250, 1000), com $erro = 0.0008$, e mostraremos dois casos de aproximação: um começando de permeabilidades (1000, 250) e outro começando com (100, 100).

Caso (1000, 250):

O processo foi executado 30 vezes em, aproximadamente, 6 minutos. A partir da iteração 20, o erro foi menor do que 10^{-2} . Com a Tabela 5.4, poderemos

observar como se deu a variação das permeabilidades e o valor atingido pela função objetivo. Além disso, também mostramos o gráfico, em escala logarítmica, para observarmos o decaimento da função objetivo.

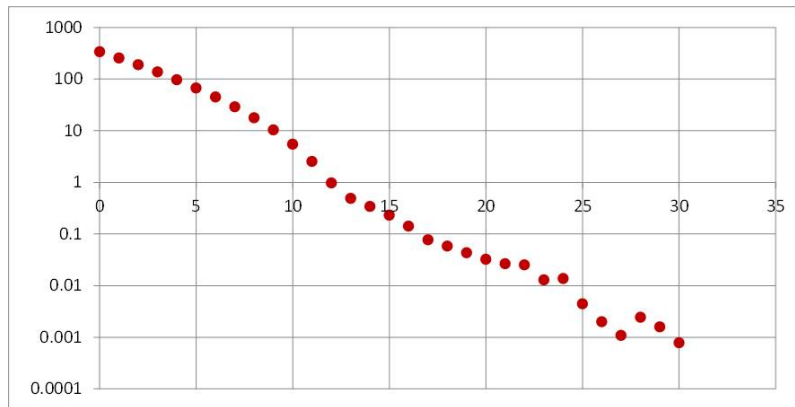


Figura 5.6: $f_{obj} \times$ iteração caso (1000, 250).

Na Figura 5.7 temos o valor do erro referente à pressão (série em círculos) e à vazão (série em quadrados), podendo observar como os valores de permeabilidade alteram $\Delta p'$ e a vazão, modificando o valor final da função objetivo.

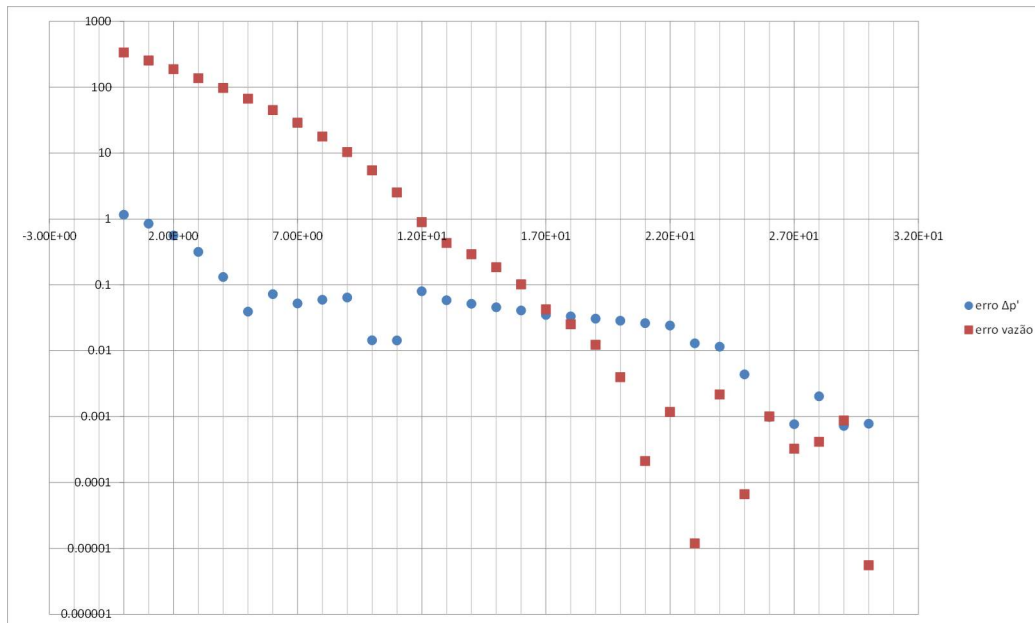


Figura 5.7: Função objetivo em relação à pressão e vazão.

Tabela 5.4: Aproximação das permeabilidades caso (1000, 250).

iteração	Permeabilidade	f_obj
0	(1000, 250)	336.596
1	(989, 302)	254.636
2	(978, 365)	188.66
3	(967, 441)	136.833
4	(956, 533)	96.8495
5	(945, 644)	66.8206
6	(935, 778)	44.9336
7	(756, 770)	28.8906
8	(611, 761)	17.7992
9	(604, 920)	10.375
10	(488, 909)	5.4792
11	(395, 899)	2.53707
12	(390, 1086)	0.975195
...
30	(251, 1000)	0.000783277

Caso (100, 100):

Quando começamos com permeabilidades pequenas, o crescimento se dá de forma lenta por decorrência do crescimento ser feito como porcentagem. Tendo esta ideia em vista, o programa rodou 47 vezes, em 11 minutos, para encontrar permeabilidades que fizessem a função objetivo se adequar ao erro estabelecido ($erro = 0.0008$). Como nos outros casos, mostraremos o gráfico da função objetivo e a tabela com as iterações principais.

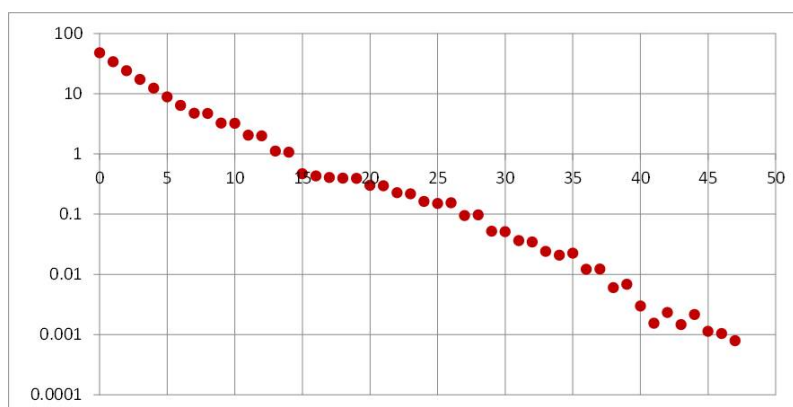
Figura 5.8: $f_obj \times$ iteração caso (100, 100).

Tabela 5.5: Aproximação das permeabilidades caso (100, 100).

iteração	Permeabilidade	f_obj
0	(100, 100)	47.6578
1	(98, 121)	33.8176
2	(96, 146)	24.0616
3	(94, 176)	17.1389
4	(92, 212)	12.265
5	(90, 256)	8.78951
6	(89, 309)	6.37026
7	(87, 372)	4.70484
8	(104, 368)	4.66454
9	(102, 444)	3.24802
10	(123, 439)	3.19762
11	(121, 530)	2.0384
12	(146, 524)	1.99623
...
47	(250, 997)	0.000792118

5.4

Turbidito com três camadas

Nesta seção vamos estimar as permeabilidades de um turbidito com três camadas. Na seção 5.2, apresentamos casos onde o turbidito era simples, formado apenas por um lobo turbidítico. Os dados de pressão foram suficiente para determinar o valor aproximado da permeabilidade. Com a extensão natural para reservatório formado por duas camadas, foi necessário incluir um método para diferenciar as permeabilidades de cada camada, função que não era realizada pela pressão no fundo do poço. Por isso começamos a levar em consideração os dados de fluxo por camada. Para o turbidito com três lobos, seguiremos usando o mesmo processo.

Para isto, basta incluir no cálculo da função objetivo o erro relativo a terceira camada do lobo. Assim, encontraremos o valor de f_obj a partir da seguinte equação:

$$f_obj = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{\log(\Delta p'_{i,ref}) - \log(\Delta p'_{i,sim})}{\log(\Delta p'_{i,ref})} \right)^2 + E(Q_{low}) + E(Q_{med}) + E(Q_{up})$$

Neste tipo de turbidito, a aproximação não será tão rigorosa quanto nos outros casos, quando o erro era obtido em um número pequeno de iterações do programa. Desta forma, abordaremos este ajuste de permeabilidades em dois estilos diferentes: o primeiro será definir um erro de maior magnitude que os exemplos anteriores e o segundo estilo será deixar o programa rodar l vezes para encontrar

a melhor permeabilidade, segundo a função objetivo. Quanto maior o valor de l , melhor será a aproximação e menor o erro de comparação, pois, ao rodar mais vezes, a probabilidade de encontrarmos um resultado melhor é mais alta. Para o primeiro estilo, apresentaremos dois casos com permeabilidades discrepantes, com erro definido, e, para o segundo, apresentaremos um caso onde $l = 150$ e fixaremos o mesmo valor para o erro definido nas seções anteriores ($erro = 0.0008$). O valor de x para o ajuste também será modificado, exibido na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Valor de x para turbiditos com 3 camadas.

f_obj	Valor
> 1	20%
$[1, 0.1[$	10%
< 0.1	5%

5.4.1 Primeiro estilo

Definimos o caso verdade como um turbidito com três camadas com permeabilidades (100, 250, 1000) e $erro = 0.004$. O primeiro caso apresentado será com permeabilidades (100, 100, 100), já o segundo, inverteremos os valores de K_{low} e K_{up} para evidenciarmos como os valores de fluxo influenciam no ajuste das permeabilidades.

Caso (100, 100, 100):

Com $erro = 0.004$, o processo foi executado 12 vezes em aproximadamente 1 minuto. Vejamos o gráfico de variação da função objetivo na Figura 5.9 e a Tabela 5.7 com as iterações necessárias para o ajuste.

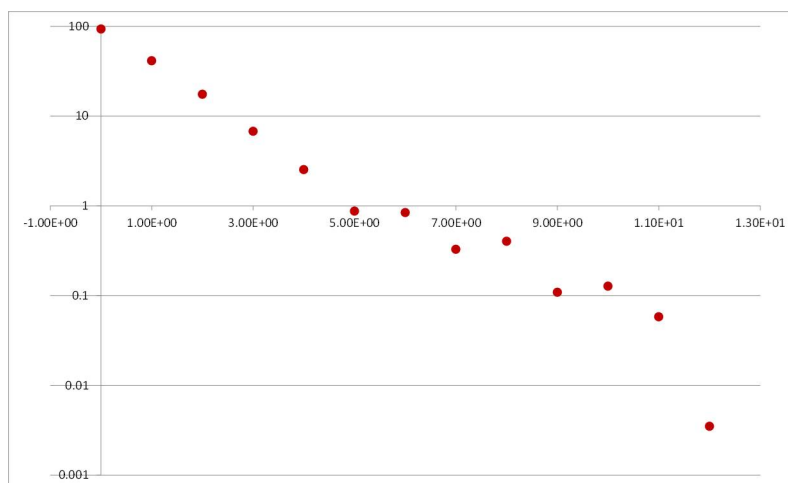


Figura 5.9: $f_obj \times$ iteração caso (100, 100, 100).

Vejamos na Figura 5.10 o erro relativo referente à $\Delta p'$ (círculos) e à vazão por camada (quadrados).

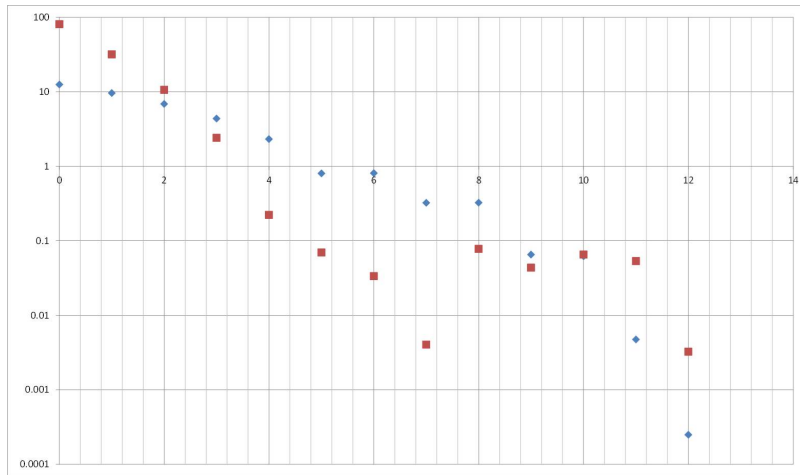


Figura 5.10: Erro relativo de $\Delta p'$ e de vazão por camada no caso (100, 100, 100).

Tabela 5.7: Aproximação das permeabilidades caso (100, 100, 100).

iteração	Permeabilidade	f_{obj}
0	(100, 100, 100)	93.1407
1	(96, 96, 144)	41.3731
2	(92, 92, 206)	17.4551
3	(88, 88, 296)	6.77576
4	(84, 84, 426)	2.53526
5	(80, 120, 613)	0.870716
6	(79, 145, 606)	0.840481
7	(77, 174, 732)	0.327106
8	(75, 210, 724)	0.402284
9	(73, 207, 875)	0.10866
10	(88, 249, 865)	0.127287
11	(86, 245, 1046)	0.0580016
12	(90, 257, 993)	0.00349401

A Figura 5.11 exibe um gráfico com os valores de $\Delta p'$ das simulações nas iterações 0, 3 e 6.

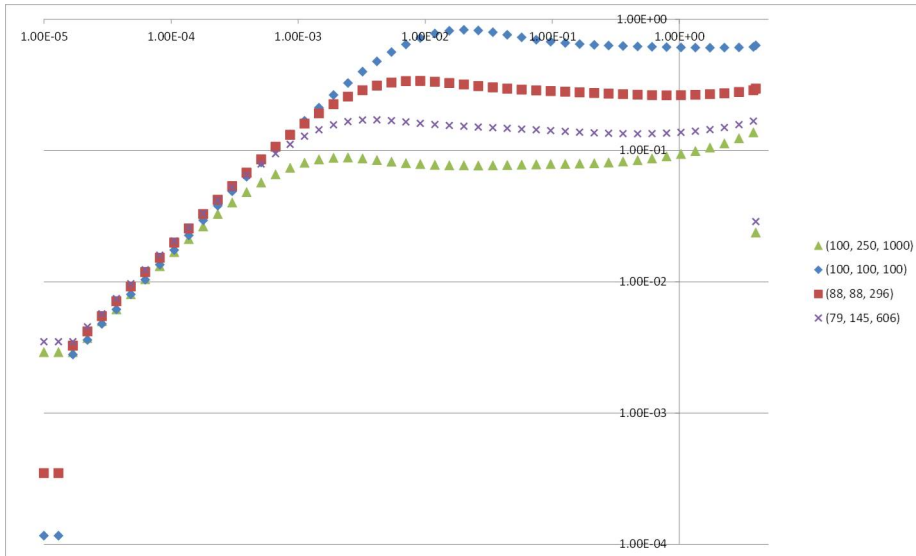


Figura 5.11: Aproximação do gráfico de $\Delta p'$ para o caso (1000, 250, 100).

Caso (1000, 250, 100):

Este caso foi ajustado ao caso verdade em 67 iterações, demorando pouco mais de 15 minutos. O menor valor encontrado para a função objetivo foi de 0.000905545, o que é bem menor que o definido para o *erro*. Analisemos, agora, o gráfico da função objetivo e a Tabela 5.8.

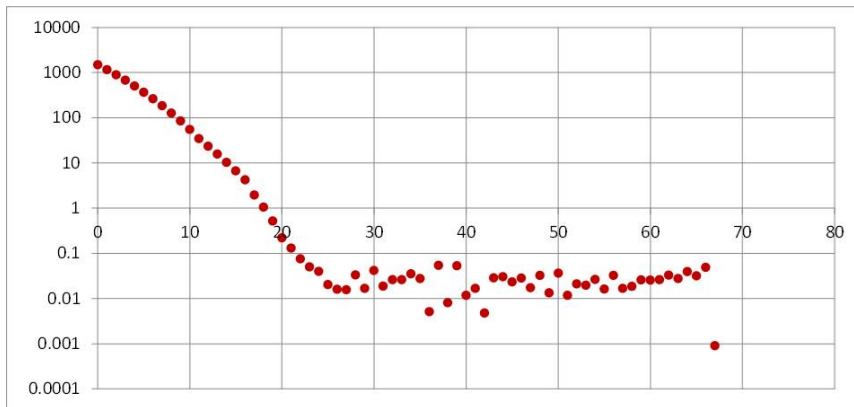


Figura 5.12: $f_{obj} \times$ iteração caso (1000, 250, 100).

Tabela 5.8: Aproximação das permeabilidades caso (1000, 250, 100).

iteração	Permeabilidade	f_obj
0	(1000, 250, 100)	1495.81
1	(989, 247, 121)	1164.1
2	(978, 243, 146)	893.657
3	(967, 240, 176)	676.282
4	(956, 237, 212)	503.58
5	(945, 233, 256)	366.279
6	(935, 230, 309)	262.18
7	(925, 227, 372)	184.743
8	(915, 224, 449)	126.762
9	(905, 221, 542)	84.8648
10	(895, 218, 655)	55.1372
11	(885, 215, 792)	34.6763
12	(875, 209, 958)	23.4125
...
67	(99, 249, 1001)	0.000905545

5.4.2

Segundo estilo

Para este estilo de ajuste, foi definido o número máximo de iterações $l = 150$ e $erro = 0.0008$, igual aos das simulações anteriores, começando com permeabilidades (100, 100, 100). Na iteração de número 118, foi encontrado um terço de permeabilidades capaz de minimizar a função objetivo a menos que o erro definido. A Tabela 5.9 exibe alguns valores das primeiras iterações e da última.

A Figura 5.13 exibe o gráfico da função objetivo em escala logarítmica. Podemos observar sua variação enquanto ocorriam os ajustes de permeabilidades, porém, como já vimos nas seções anteriores, f_obj é sensível à estes ajustes, observadas nas Figuras 5.7 e 5.10 [7].

Tabela 5.9: Aproximação das permeabilidades $l = 150$.

iteração	Permeabilidade	f_obj
0	(100, 100, 100)	61.0172
1	(96, 96, 144)	29.3113
2	(92, 92, 206)	13.5296
3	(88, 88, 296)	5.96119
4	(84, 84, 426)	2.75144
5	(80, 120, 408)	3.14697
6	(76, 115, 586)	1.21251
7	(72, 165, 562)	1.29834
8	(68, 158, 808)	0.445895
9	(81, 190, 799)	0.198331
10	(80, 229, 790)	0.274904
11	(96, 225, 955)	0.0214542
12	(94, 247, 951)	0.0134507
13	(102, 246, 1047)	0.0218401
14	(107, 258, 994)	0.0108096
15	(101, 245, 1043)	0.025531
...
116	(106, 253, 1007)	0.00181385
117	(100, 240, 1057)	0.0472631
118	(104, 251, 1004)	0.000672122

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1521975/CA

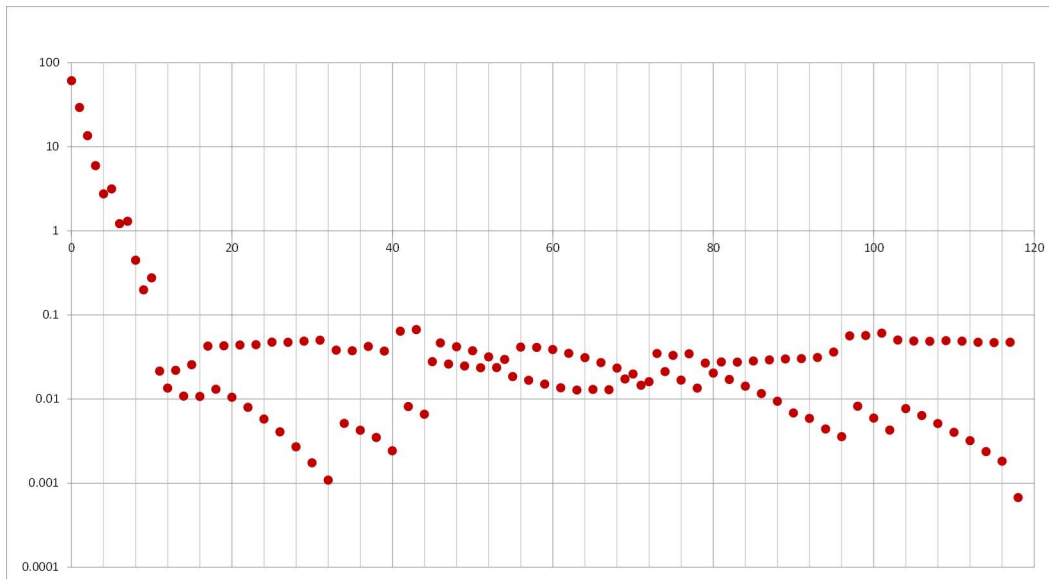


Figura 5.13: $f_obj \times$ iteração caso $l = 150$.

6

Ajustando parâmetros

No capítulo anterior, nosso foco era a busca pela melhor permeabilidade que retornava, a partir de simulações no IMEX, os resultados mais similares com dados definidos como verdadeiros. Vimos que os valores obtidos são bem próximos aos verídicos, promovendo um erro bem pequeno entre os dois casos. No presente capítulo, temos outro objetivo. Aqui, procuraremos os melhores parâmetros geométricos dos turbiditos apresentados no Capítulo 2, sem alterar os valores das permeabilidades. Para isto, definiremos um caso verdade e ajustaremos três parâmetros principais do turbidito: o comprimento, largura à direita e à esquerda.

6.1

Ajustando os parâmetros

Como as permeabilidades serão mantidas, os valores do fluxo não serão considerados. O que realmente interessa nesta busca é a pressão no fundo do poço. Conforme modificamos os parâmetros do reservatório turbidítico, o gráfico de $\Delta p'$ também é modificado. Este fato será crucial para definirmos o melhor valor para os parâmetros expostos neste capítulo.

O erro será calculado usando a função objetivo exposta na Seção 5.1, que compara a diferença logarítmica de $\Delta p'$ do caso verdade e do simulado, relativo ao caso verdade.

$$f_{obj} = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{\log(\Delta p'_{i,ref}) - \log(\Delta p'_{i,sim})}{\log(\Delta p'_{i,ref})} \right)^2$$

Também utilizaremos a função auxiliar exposta na Seção 5.1 para definir se o parâmetro em questão precisa aumentar ou diminuir seguindo a mesma lógica da utilizada para as permeabilidades.

$$f_{aux} = \sum_{i=1}^{50} \left(\frac{\log(\Delta p'_{i,ref}) - \log(\Delta p'_{i,sim})}{\log(\Delta p'_{i,ref})} \right)$$

Na próxima seção, queremos encontrar o comprimento que melhor se ajusta ao caso verdade. Nas seções seguintes, trataremos da largura à direita e, em

sequência, da largura à esquerda. O domínio utilizado para a construção do corpo geométrico foi $[-5, 5] \times [-5, 5] \times [-5, 5] \subset \mathbb{R}^3$. Sendo assim, para o caso verdade, definiremos um turbidito com os seguintes parâmetros:

- Permeabilidades (100, 250, 1000);
- Comprimento $l = 7$;
- Largura à direita $w_r = 2$;
- Largura à esquerda $w_l = 3$.

Observe que cada parâmetro foi definido um valor em unidade referente ao domínio utilizado. Perceba que, ao decorrer da busca, as permeabilidades não serão alteradas, estamos interessados apenas em buscar as medidas de parâmetros que melhor se ajustam aos valores de pressão definidos como verdade. Assim sendo, podemos exibir o seguinte diagrama, exemplificando a busca:

- i) Criação do lobo turbidítico com parâmetros iniciais;
 - Arquivo base com refinamento;
 - Permeabilidades;
 - Nulidade;
- ii) Cálculo da função objetivo;
- iii) Função objetivo dentro do erro?
 - Se sim, parar.
 - Se não, gerar um novo arquivo de nulidade de acordo com o valor de f_aux e voltar ao passo (ii).

Falta-nos dizer quais serão os valores de x para atualização do parâmetro escolhido, exibidos na tabela a seguir:

Tabela 6.1: Valor de x .

f_obj	Valor
> 1	20%
$[1, 0.1[$	10%
< 0.1	5%

O valor do erro de aproximação usado neste capítulo foi o mesmo que no capítulo anterior: $erro = 0.0008$.

Vejamos como os parâmetros de um lobo turbidítico pode interferir nos valores de pressão no fundo do poço. Utilizaremos um lobo turbidítico com permeabilidades (100, 250, 1000) e modificaremos o comprimento do mesmo. A Figura 6.1 exibe a variação de pressão das células do *grid* de dois turbiditos: um

com comprimento $l = 4$ e o outro com $l = 7$. Repare que a escala entre as duas imagens estão diferentes, ficando evidente pelo tamanho dos cubos do grid. Verifique que a variação de pressão das células do grid atinge os limitantes do lobo da esquerda, o que não acontece no lobo da direita.

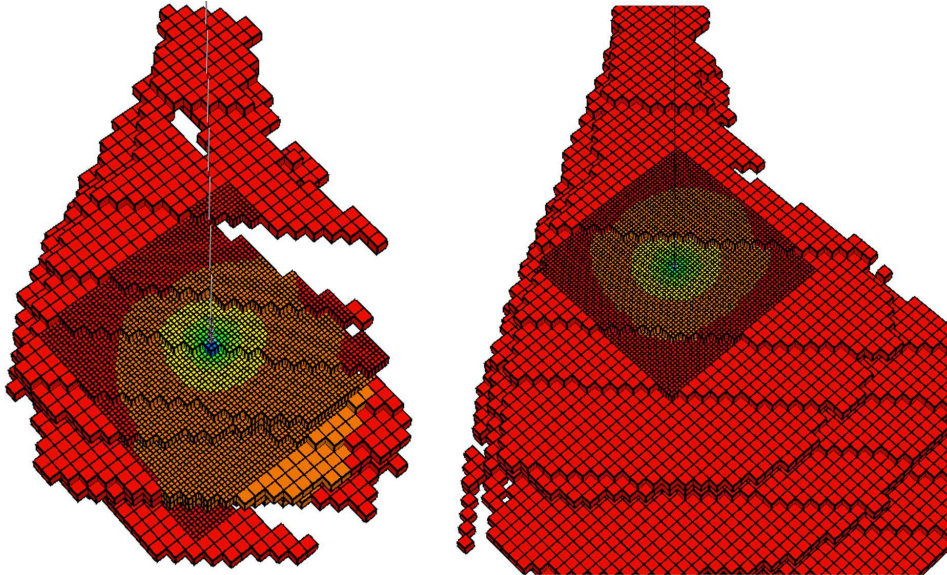


Figura 6.1: Variação de pressão nas células do *grid* $l = 4$ e $l = 7$.

Agora vejamos como os valores de $\Delta p'$ são alterados devido a essa diferença no comprimento do lobo na Figura 6.2.

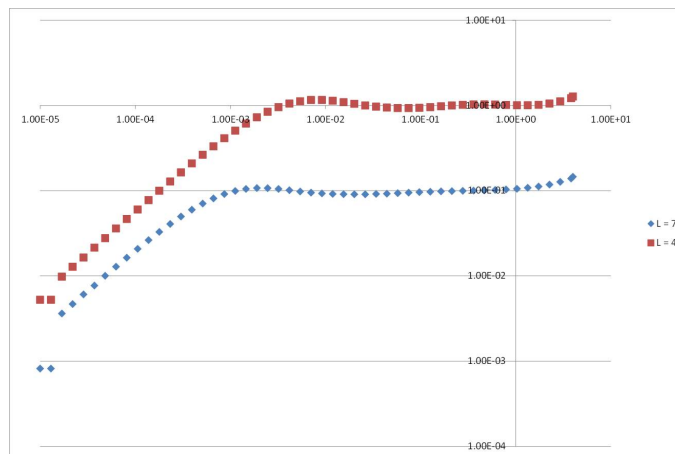


Figura 6.2: Diferença dos valores de $\Delta p'$ para $l = 4$ e $l = 7$.

Com estes valores, calculamos o erro relativo entre as duas simulações e aplicamos o algoritmo apresentado na página anterior. Já que todas as ferramentas necessárias para o início da busca estão definidos, apresentados e explicados, podemos apresentar os valores encontrados em cada iteração do programa, com o número da iteração, o valor do parâmetro e a medida da função objetivo.

6.2

Ajustando comprimento

Para ajustar o comprimento, começaremos de um turbidito com comprimento inicial $l_0 = 4$ e deformamos de acordo com a Tabela 6.1. Abaixo estão mostrados a tabela de referência por iteração e o gráfico da função objetivo em escala logarítmica.

Tabela 6.2: Aproximação do comprimento.

iteração	l	f_{obj}
0	4	1.52361
1	4.8	0.307868
2	5.28	0.0670905
3	5.544	0.0124263
4	5.8212	0.0114797
5	6.11226	0.00232176
6	6.41787	0.00213852
7	6.73877	2.96422e-005

Na tabela acima podemos ver como o valor da função objetiva foi caindo conforme os valores do comprimento foram se aproximando do valor real $l = 7$.

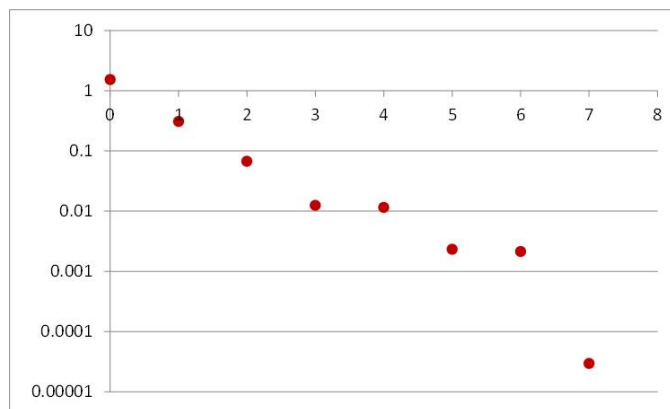


Figura 6.3: $f_{obj} \times$ iteração ajustando l .

Observe que em poucas iterações o programa foi capaz de encontrar um valor de comprimento bem próximo de 7, com erro baixo. Um dos problemas encontrados nesta busca se deu pela variação da pressão em radial infinito no turbidito, o que prejudicou para uma melhor aproximação. Uma melhor explicação deste fato será apresentada na Seção 6.5.

Na Figura 6.4 temos uma comparação do turbidito gerado como objeto final da simulação (à direita) com o caso verdade (à esquerda). Como dito no Capítulo 2, as camadas são geradas de maneira deposicional a partir da primeira camada, a partir de um processo aleatório. Ou seja, a probabilidade das duas camadas

superiores serem iguais em duas simulações diferentes é muito pequena. Isso fica claro nesta comparação. Porém, as dimensões do turbidito são parecidas, logo os dados de pressão também serão, com valor de f_{obj} bem pequeno.

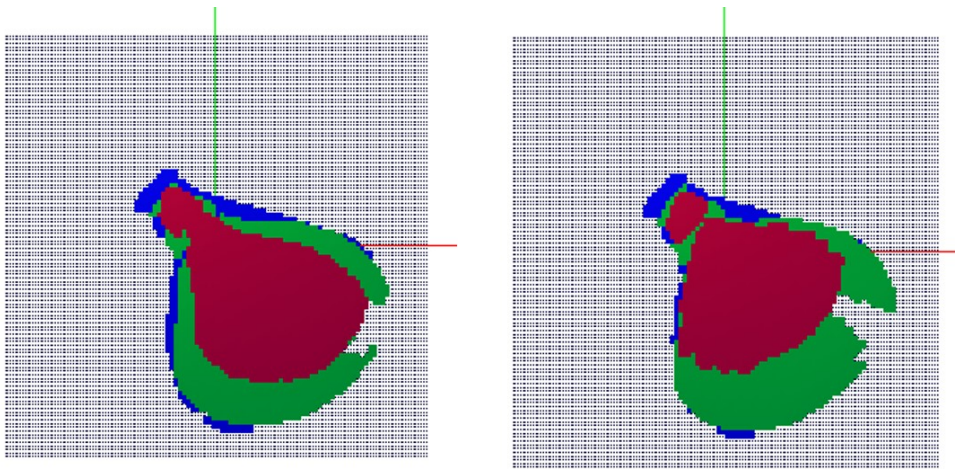


Figura 6.4: Comparação do turbidito gerado $l = 6.73877$.

6.3 Ajustando largura à direita

A largura do turbidito foi dividida em duas - à direita e esquerda - com intuito de obter um reservatório não simétrico, mais parecido com os encontrados na natureza. Nesta seção, alteraremos apenas a largura à direita, ignorando os outros parâmetros. No caso verdade, $w_r = 3$. Para começarmos a busca, definimos $w_{r0} = 0.5$. Exibimos a seguir a tabela e o gráfico comparativo.

Tabela 6.3: Aproximação da largura à direita.

iteração	w_r	f_{obj}
0	0.5	1.48012
1	0.65	0.815932
2	0.7475	0.547232
3	0.859625	0.366849
4	0.988569	0.229978
5	1.13685	0.122237
6	1.30738	0.0675576
7	1.50349	0.0299941
8	1.72901	0.010216
9	1.98836	0.00175127
10	2.28662	0.000533872

Neste caso, encontramos o mesmo problema de aproximação a partir da variação da pressão, que varia como radial infinito ao longo do turbidito. Veja, a seguir, o decaimento da função objetivo.

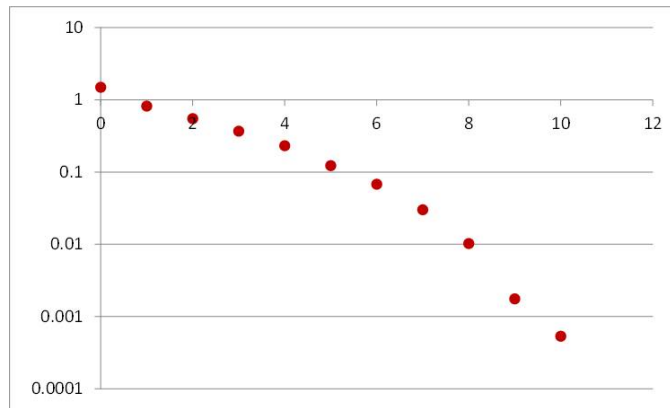


Figura 6.5: $f_obj \times$ iteração ajustando w_r .

Observe que, mesmo a aproximação não sendo tão justa, a função objetivo assumiu valores baixos, dentro do erro previamente definido de 0.0008. Veja, na Figura 6.6 uma comparação entre o turbidito verdade e o objeto de saída da simulação apresentada nesta seção.

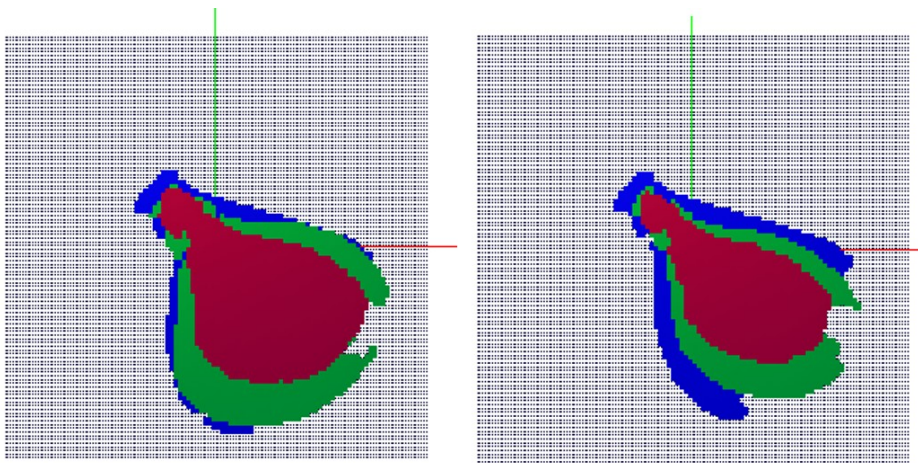


Figura 6.6: Comparação do turbidito gerado $w_r = 2.28662$.

6.4 Ajustando largura à esquerda

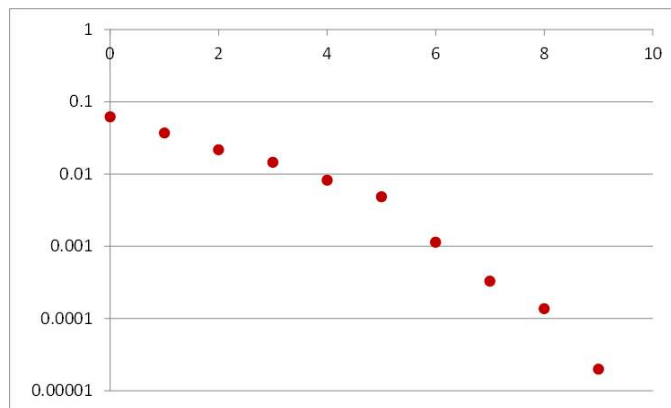
Agora, como último caso, mostraremos os resultados obtidos na busca pelo valor de w_l que melhor se ajusta aos dados de pressão do caso verdade, começando com $w_{r0} = 0.5$.

Na Seção 6.5 está exposta a explicação do porquê desta aproximação não ser tão exata quanto a apresentada no Capítulo 6, embora o erro de aproximação seja baixo.

Observamos uma queda bem rápida do erro de aproximação após a iteração 5. Um dos pontos positivos desta aproximação foi o fato de não precisar de muitas

Tabela 6.4: Aproximação da largura à esquerda.

iteração	Comprimento	f_{obj}
0	0.5	0.0614822
1	0.575	0.0369905
2	0.66125	0.0216514
3	0.760437	0.0144833
4	0.874503	0.00818398
5	1.00568	0.0048481
6	1.15653	0.00113553
7	1.33001	0.000328827
8	1.52951	0.000137238
9	1.75894	1.99606e-005

Figura 6.7: $f_{obj} \times$ iteração ajustando w_l .

iterações para encontrar o valor que se adapte ao erro mínimo exigido. Segue, logo após, na Figura 6.8, um comparativo do caso verdade com o valor encontrado para $w_l = 1.75894$.

6.5

Análise dos casos

Falta-nos explicar o porquê da aproximação deste capítulo não ser tão rigorosa quanto as mostrados no capítulo anterior. Antes de tudo, é bom lembrar que este problema inverso não possui solução única. Estamos comparando os turbiditos gerados com nosso programa com valores reais somente a partir dos dados de pressão do fundo do poço. Assim, temos um erro de aproximação bem mais abrangente do que os apresentados no capítulo anterior.

O tempo de duração do teste de formação utilizado neste trabalho foi de quatro dias (96 horas). Quando a variação de pressão, em radial infinito, não atinge os limites do turbidito, os dados de pressão convergem bem mais rápido do que se atingisse. Vejamos a seguir um exemplo onde este problema mostra-se presente. Para isto, comparemos o turbidito definido como caso verdade neste

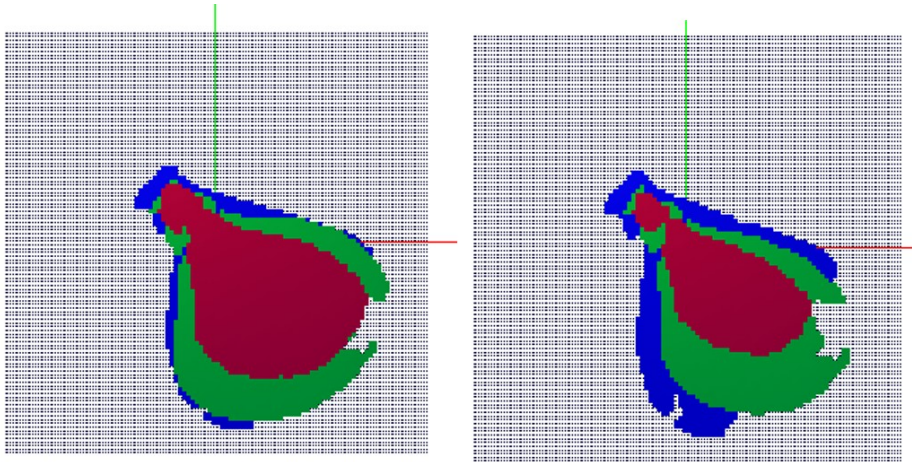


Figura 6.8: Comparação do turbidito gerado $w_r = 2.28662$.

capítulo ($w_l = 3$, $w_r = 2$ e $l = 7$) com um turbidito formado pelos parâmetros encontrados ($w_l = 2.28662$, $w_r = 1.75894$ e $l = 6.75877$) e vejamos qual valor assumirá f_{obj} .

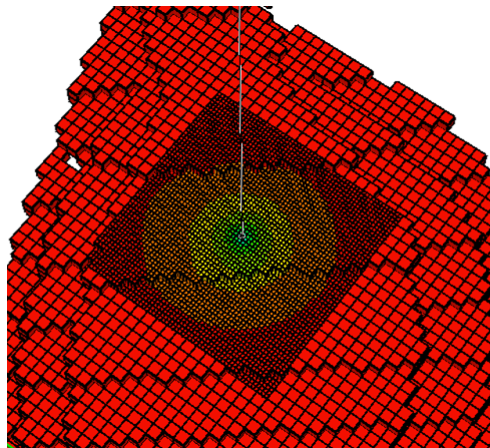


Figura 6.9: Turbidito referência.

Na Figura 6.9, vemos a variação da pressão no turbidito de referência. Observe que, ao fim do teste, nenhum dos limites do reservatório foram atingidos. Agora, compare com o turbidito simulado, na Figura 6.10.

Por mais que as larguras sejam diferentes, observe que o radial não atinge os limites do reservatório. A semelhança fica mais evidente quando olhamos o gráfico da derivada da variação de pressão em escala logarítmica na Figura 6.11. O caso de referência está representado pela bola vermelha e o simulado, pela cruz preta.

Para enfatizar ainda mais a semelhança entre os dois turbiditos, o valor assumido pela função objetivo, quando calculada a diferença entre os dois casos, obtemos $f_{obj} = 0.000115$.

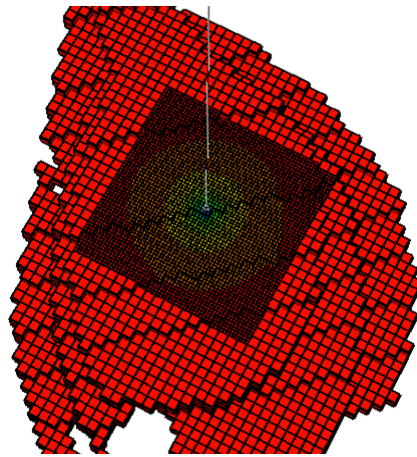


Figura 6.10: Turbidito simulado.

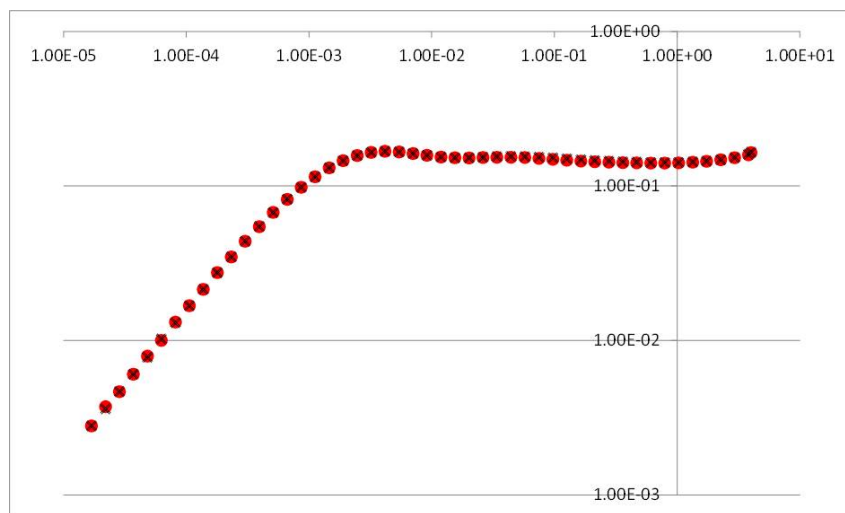


Figura 6.11: Gráfico de comparação.

Para resolver este problema, basta aumentar a duração do teste de formação, pois, assim, o radial tem mais chances de atingir um dos limitantes do reservatório e a diferença do gráfico da pressão ficará mais evidente.

7 Conclusão

O objetivo deste trabalho foi o de melhor representar lobos turbidíticos, apresentando uma modelagem que modifica a geometria deste corpo em relação a uma superfície de base e a construção de um método que permite estimar as permeabilidades de um reservatório turbidítico e um ajuste dos parâmetros geométricos em relação a um caso de referência baseados em testes de formação.

A alocação da superfície de base torna a modelagem dos lobos turbidíticos mais satisfatória, apresentando um caso similar ao real baseado no cânion da baía de Monterey, localizado na Califórnia, EUA. O método exibido ajusta o objeto ao solo simbolizado pela superfície S , gerando realizações mais realistas.

Para os testes realizados, observamos que o método utilizado para o ajuste de permeabilidades apresentou resultados esperados para todos casos simulados. Para o turbidito com uma camada, a convergência se deu de forma rápida, com poucas iterações, utilizando apenas os dados de pressão como referência. Já nos outros casos, utilizando turbiditos com duas e três camadas, a fórmula utilizada para o cálculo do erro relativo do caso simulado ao caso verdade apresentou uma variação quando os valores de permeabilidades se aproximavam dos valores de referência. Contudo, obtivemos convergência do método.

No Capítulo 6 é apresentado um método capaz de ajustar os parâmetros geométricos de um lobo turbidítico através de dados de pressão obtidos em uma simulação de um teste de formação. O processo é similar ao utilizado no ajuste de permeabilidades e mostra como os dados de pressão podem auxiliar na modelagem geométrica de um corpo geológico.

Referências bibliográficas

- [1] Barreto, A. **Notas de aula do professor Abelardo Barreto - Teoria dos Testes de Pressão em Poços**. 2016. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil.
- [2] Cardona, Y. A. **Object-based Modelling of Turbidity Lobes using non parametric B-Splines**. 2016. Dissertação de Mestrado. Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [3] Computer Modelling Group Ltd. **User's Guide IMEX: Advanced Oil/Gas Reservoir Simulator**. 2010. Calgary, Canadá.
- [4] D'Ávila, R. S. F. et al. **Ambientes Marinhos Profundos: Sistemas Turbidíticos**. *Ambientes de Sedimentação Siliciclástica do Brasil*, p. 244 - 301. 2008. São Paulo, Brasil. Becca BALL edições.
- [5] Figueiredo, F. P. **Simulação Numérica e Computacional de Correntes de Turbidez de Baixa Densidade para Sedimentação de Bacias**. 2010. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [6] Google Maps. Disponível em: <https://www.google.com.br/maps>. Acessado em 17/07/2017.
- [7] Hamdi, H. e Sousa, M. C. **Calibrating Multi-Point Geostatistical Models Using Pressure Transient Data**. 2016. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/180163-MS.
- [8] LeVeque, R. J. **Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations**. 2007. Washington, EUA. Editora SIAM.
- [9] Peaceman, D. W. **Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation With Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic Permeability**. 1983. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/10528-PA.
- [10] Piegl, L. e Tiller, W. **The NURBS Book**. 1997. Nova Iorque, EUA. Editora Springer.

- [11] Rosa A. J., Carvalho R. S. e Xavier J. A. D. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. 2006. Rio de Janeiro, Brasil. Editora Interciência.
- [12] Sánchez-Reyes, J. **Single-valued Tabular Patches**. 1994. *Computer Aided Geometric Design*, 11(5):565-592.
- [13] Seafloor Mapping Lab. Disponível em: <http://seafloor.otterlabs.org>. Acessado em 17/07/2017.
- [14] Shepard, D. **A two-dimensional interpolation function for irregularly spaced data**. 1968. Nova Iorque, EUA. Trabalhos do 23º ACM Press.
- [15] Tarantola, A. **Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation**. 2005. Filadélfia, EUA. Editora SIAM.
- [16] Thomas, J. E. et al. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2001. Rio de Janeiro, Brasil. Editora Interciência.